Math. P.
349^c

R

Math. P.
349 º

Bibl. Lipp.
Nro 3547.

R

Georg Mezburg,
von der Gesellschaft Jesu.

Kleines selbstlehrendes

Rechenbüchel,

welches
die Anfangsgründe der Rechen-
kunst auf das deutlichste erkläret.

Aus dem Lateinischen übersetzt.

AUGSBURG,
verlegts Matthäus Rieger und Söhne,
1771.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede.

Dieses dem Ansehen nach zwar kleine und geringe Werklein enthält doch das Fundament und die Anfangsgründe der edlen Rechenkunst auf das deutlichste in sich, also zwar, daß du dich umsonst bemühen würdest, sowohl in den Mathematischen als andern Wissenschaften einen Fortgang und Frucht zu erlangen, wenn du dich nicht zuvor in diesen Grundsätzen wohl geübet haben würdest; hier wirst du finden, auf was für eine Weise du dasjenige, welches ansonst nicht anders, als durch Beyhülfe eines geschickten Lehrmeisters kann erlanget werden, der Gedächtniß tief eindrücken, und ohne weitere Hülfe, durch eignen Fleiß erlernen könnest; nur erwarte in solchem keine so zierliche Schreibart, welche du etwann dem berühmten Redner Cicero durch dein unermüdets Lesen abgeborget und dir schon angewöhnet hast, denn es ist dir ja nicht unbekannt, was ebendieser berühmte Redner

selbst im dritten Buche von den Grundsätzen der Wissenschaften angemerket, da er sagt: Es ist unvernünftig von der Weltweisheit mit einer zierlich, und künstlichen Redensart sprechen wollen. Fündest du hierinnen etwas so dir schon bekannt und etwas altes zu seyn scheinet, so gedenke es seye vor jene gesagt, zu welchen dergleichen Wissenschaft noch nicht gelanget ist; kommen aber einige Dunkelheiten vor, so wird die Aemsigkeit, ein besonderer Fleiß, und eine öftere Ueberlesung dir allen Weg zur Klarheit eröffnen; Findest du endlich etwas so für dich tauglich, aus dem du einen Nutzen schöpfen könnest und dir der Mühe werth zu seyn scheinet, so gebrauche dich desselben zu deinem Nutzen, lebe wohl.

Register.

Erster Theil.

Von den fünf Species in den einfach ganzen Zahlen.

Erstes Kapitel.

Von der Natur der Zahlen, und von der Zählung. Blat. 1

Zweytes Kapitel.

Von der Addition. 6

Drittes Kapitel.

Von der Subtraktion, oder Abziehung. 13

Viertes Kapitel.

Von der Multiplication, oder Vermehrung. 19

Fünftes Kapitel.

Von der Division, oder Zertheilung. Blat 28

Zweyter Theil.

Von den fünf Species in den Zahlen, so nicht von gleicher Art sind.

Erstes Kapitel.

Von der Natur und Eigenschaft dieser Zahlen. 46

Zweytes Kapitel.

Von der Addition, und Subtraktion in den Zahlen ungleicher Art. 49

Drittes Kapitel.

Von der Multiplication und Division der Zahlen von ungleicher Gattung. 56

Dritter Theil.

Von den Brüchen.

Erstes Kapitel.

Von der Erkenntniß der gemeinen Brüchen, und deren Werthe. 60

Zweytes Kapitel.

Von unterschiedlichen Reductionibus oder Zurückbringungen der Brüche. 63

Drittes Kapitel.

Von der Addition in Brüchen. Blat 72

Viertes Kapitel.

Von der Subtraktion in Brüchen. 73

Fünftes Kapitel.

Von der Multiplication in Brüchen. 74

Sechtes Kapitel.

Von der Division der Brüchen. ebendas.

Vierter Theil.

Von der Regula Proportionum.

Erstes Kapitel.

Hauptsächliche Anmerkungen dieser Regel. 77

Zweytes Kapitel.

Von dem vierten Satze, den man in proportione simplici in der einfachen Vergleichung sie seye hernach directa oder inversa, finden will. 80

Drittes Kapitel.

Von dem zufindenden Proportionalsatze in Regula composita, oder doppelten Regel, seye sie hernach directa oder indirecta. Blat 86

Viertes Kapitel.

Von der Regula Societatis oder Gesellschafts-Rechnung. 93

Fünftes Kapitel.

Von der Regula Alligationis, oder Vermisch- und Vermengungsrechnung. 96

Sechstes Kapitel.

Von der Regula Falsi. 102

Das große Einmal Ein. 109

Erster Theil,

von den fünf Species in den einfach ganzen Zahlen.

Erstes Kapitel.

Von der Natur der Zahlen, und von der Zählung.

1. Die Arithmetik oder Rechenkunst ist eine Wissenschaft der Zahlen: eine Zahl aber ist eine Versammlung der Ganzen; daher eine aus Theilen zusammen gesetzte, und durch Zahlen ausgesprochene Menge der Gegenstand der Arithmetik ist, so aus fünf Gattungen oder Species bestehet, nämlich: *Numeratio: Additio: Subtractio: Multiplicatio*, und *Divisio*.

2. Zeichen, welche wir gebrauchen, die Zahlen auszudrücken, sind folgende:

1.	2.	3.	4.	5.	6.
Eins.	Zwey.	Drey.	Vier.	Fünf.	Sechs.

7.	8.	9.
Sieben.	Acht.	Neun.

Deren ein jedes so viel Einfache in sich enthält, als durch selbes ausgesprochen wird, oder den wievielsten Platz, in dieser gesetzten Reihe, es einnimmt, als 2. zeiget zwey: 5. fünf Einfache an.

3. Nebst diesen Zeichen ist noch ein anderes zu bemerken, nämlich o, welches von einigen Ziffer, von den mehrern aber Nulle genennet wird. Für sich selbst zeiget das o nichts an, wird es aber zur Rechten eines andern Ziffer gesetzt, so hat es und verdoppelt desselben Geltung.

4. Alldiejenige Ziffern gehören zu einer Zahl, welche durch kein Zeichen, oder Zwischenraum unterschieden werden, gleichwie alle Buchstaben zu einem Worte gehören, welche durch kein Zeichen oder Zwischenraum abgesöndert werden; also enthält die Zahl 205, drey Ziffern; aus diesen zwey Zahlen aber: 4500, und 63584, bestehet die erste in vier die zweyte in fünf Ziffern.

5. Diejenige Ziffern, welche nur für sich selbst, und einzelweise gesetzet werden, zeigen nur einfache Zahlen an. (§. 2.) Sind sie aber andern beygesetzt, so bekommen sie einen zerschiedenen Werth, welcher aus jenem Orte, oder Setzung, welches sie in eben derselben Zahl inne haben, abhängt; die Ordnung aber der Sätzen wird von der Rechten zur Linken abgenommen, und erkennet, weil dieses die Schreibart der Araber ist, von welchen wir diese Ziffern erlernet haben; also in dieser Zahl 7035, hat die Ziffer 5, das erste, 3. das zweyte, o. das dritte, und 7. das vierte und letzte Ort; der Werth aber der

Zahl

Zahl wird von der Linken zur Rechten ausgesprochen.

6. Der Werth dieser Oerter und Sätze wächst nach und nach also, daß die nachfolgende Ziffer zehnmal mehr in sich hat, als die vorhergehende; Das ist, ein jede Einfache der nachfolgenden hat einen zehnfach größern Werth in sich, als ein einfache der vorhergehenden Ziffern. Daher ist das erste Ort, das Ort der Einfachen, (§. 2.) das zweyte der zehnfachen; Die Ziffer, so an diesen Ort gesetzt, zeiget soviel zehne an, als viel sie Einser in sich enthält: das dritte soviel hundert, das vierte soviel tausend oder soviel tausend Einser, das fünfte soviel zehentausend, das sechste soviel hundert tausend das siebente soviel Millionen, oder soviel Millionen Einser, und so weiter: und sollte die Zahl so groß werden, als die in dem nächsten Blatte folgende Figur anzeiget.

7. Ist daher zu wissen, daß die Nulle, obwohl sie von sich selbst keinen Werth hat, jedennoch wenn sie zur Rechten einer Ziffer gesetzt wird, derselben Werth zehnfach vermehret, weil auf solche Weise besagte Ziffer einen höhern Ort bekömmt, als wenn die Nulle nicht da wäre. Also 1. allein gesetzt zeiget eine einfache Zahl, oder Eins an, wenn aber zur Rechten dieses Einsers eine Nulle gesetzet wird, so kömmt der Einser in das Ort der Zehne, und zeiget hernach Zehn und nicht mehr Eins an. Wenn aber die Nulle zur Linken gesetzet wird, so kann sie

den Werth der bey ihr stehenden Ziffer nicht vermehren, weil in dieser Zahl 01. die Ziffer 1. in dem ersten Orte bleibt, wo nur die Einfachen stehen.

8. Ist ebenfalls zu wissen, daß die Nulle so oft in einer Zahl müsse gesetzet werden, so oft keine giltige Ziffer, welche denselben Ort einnehmen sollte, vorhanden ist; also wenn zweyhundert und fünf zu schreiben ist, so muß die Nulle, weil in dieser Zahl keine Zehne vorhanden, in den zweyten Platz, wo sonst die Zehner stehen, gesetzet werden: denn die zweyhundert erfodern das dritte, der Fünfer aber das erste Ort, welche Oerter sie aber unmöglich erlangen können, wenn nicht in die Mitte eine Nulle gesetzet wird: ist deßwegen also zu schreiben

205

9. Willst du eine längere Zahl aussprechen, so beobachte folgende Regeln:

Erstens. Fange bey der Rechten gegen der Linken zu an, und theile die gegebene Zahl mit Commaten oder Strichlein in Klassen ab: einer jeden Klasse gib nicht mehr und nicht weniger als drey Ziffern, aus welchen die erste die Einfache, die zweyte die zehnfache, die dritte die hundertfache Geltung in allen Klassen anzeiget, nur mit diesem Unterschiede, daß in der ersten Klasse die Einser, Zehner und hunderte nur glat und einfache Einser, Zehner, und hunderte sind: In der zweyten aber die Einser soviel ein tausend, die Zehner soviel zehntausend, und die Hundert soviel

viel hundert tausend, in der dritten soviel Millionen; in der vierten soviel tausend Millionen; in der fünften soviel Billionen; in der sechsten soviel tausend Billionen; in der siebenten soviel Trillionen, und so weiter.

Zweytens. Die erste Ziffer der zweyten Klasse bezeichne oberhalb mit einem Tüpflein; die erste Ziffer der dritten Klasse mit einem Strichlein; die erste der vierten Klasse wiederum mit einem Tüpflein; die erste der fünften, mit zwey Strichlein; die erste der sechsten mehr mit einem Tüpflein; die erste der siebenten mit drey Strichlein, und so weiter. Bey dem Tüpflein muß man tausend aussprechen, bey den einfachen Strichlein Millionen, bey zwey Strichlein Billionen, bey drey Strichlein Trillionen, wie es das nachfolgende Beyspiel klar anzeigen wird.

4 Einser	Einfache.		˙5 Einser	Tausend Millionen.
5 Zehner			3 Zehner	
2 Hundert			8 Hundert	
˙7 Einser	Tausend.		″6 Einser	Billionen.
4 Zehner			9 Zehner	
9 Hundert			4 Hundert	
′8 Einser	Millionen.		˙2 Einser	Tausend Billionen.
1 Zehner			5 Zehner	
7 Hundert			6 Hundert	
			‴8 Einser.	Trillionen.

Das ist: acht Trillionen; sechshundert zwey- und fünfzig tausend: vierhundert sechs- und neunzig Billionen: achthundert und dreyßig tausend, siebenhundert und achtzehn Millionen: neunhundert sieben und vierzig tausend zweyhundert vier und fünfzig Kornkörner.

10. Jene, welche in Schreibung der Zahlen noch minder erfahren sind, thun sehr gut, wenn sie eine jede zehn geltende Zahl mit hinzu gesetzten Nullen besonders schreiben, welches anzeiget, was für ein Ort einer jeden Ziffer gebühre. Wenn du daher dreytausend sechshundert fünf- und vierzig schreiben willst, so schreibe 3000, hernach 600, alsdann 40, und 5, nach ausgelöschten Nullen bleibt 3645; noch deutlicher kann dieses verstanden werden, wenn diese Zahlen untereinander gesetzet werden, und die geltende Ziffern unterhalb in einer Linie in eben das, so ihnen gebühret oder das sie schon inne haben, gesetzt werden, als wie hier:

3 0 0 0
. 6 0 0
. . 4 0
. . . 5
3 6 4 5

Zweytes Kapitel.

Von der Addition.

11. Die Addition ist, durch welche man zerschiedene getheilte Zahlen in eine ganze zusammen bringen kann, welches man hernach die Summe,

me, das zusammen getragne oder das ganze nennet; die Zahlen aber, welche dazugebracht werden, pfleget man das gegebne, den Satz oder das zusetzende zu nennen.

12. Zahlen von einerley Benamsung sind, welche einerley Ort oder Gattung anzeigen, als wenn ich Personen zu Personen, Gulden zu Gulden, und Ellen zu Ellen setze; denn ich kann nicht vier Menschen zu fünf Gulden oder drey Ellen zu sechs Maaßwein setzen.

13. Die Zahlen, welche man zusammen zählen, oder in eine Zahl bringen will, müssen also untereinander gesetzet werden, daß die Einser unter die Einser, die Zehner unter die Zehner, die Hundert unter die Hundert ordentlich zustehen, und mit denselben übereinskommen; zu unterst den Zahlen, welche man zusammen zählen will, ziehet man eine Linie oder Strich: fange bey der Rechten an, und zähle alle Einser (das ist Einfache) zusammen, und bringe selbe in eine Summe, welche Summe hernach unter den Zwerchstrich gerade unter die Reihe der Einserlinie gesetzet wird; dann gehet man zu den Zehnern, zählet wiederum alle zusammen und setzet die Summe unter die Reihe der Zehner wie bey den Einsern, und so mit jeder Summe. Zu einem Beyspiele können die folgende zwey Zahlen dienen: 1213, und 462; diese zweyte Zahl wird also unter die erste gesetzet,

```
1213
 462
————
1675
```

Daß der 2 unter dem 3, der 6 unter dem 1, und der 4 unter dem 2 stehen muß. Die zusammen Sammlung 2 und 3 geben 5, welches die Summe der Einser ist, so unter den Strich in die Einserreihe muß gesetzet werden; die Versammlung der Zehner 6 und 1 machen 7; die Versammlung der Hundert 4 und 2 machen 6; das Eintausend, so in der obern Zahl stehet, weil in der untern Zahl keine Tausend sind, mit welchen es könnte gezählet werden, wird also alleinig herab in die Summe in den vierten Platz, das ist, in den Platz der tausenden gesetzet. Bestehet also die ganze Summe in: 1675.

Auf eben solche Weise werden die Zahlen 2315, 7432, und 142 untereinander gesetzet und zusammen gezählet, und nachdem die Einfache, Zehnfache u. s. w. zusammen getragen und jedes in seine Klasse gesetzet, so ist die ganze Summe 9889, wie gegenwärtiges Beyspiel zeiget.

2	3	1	5
7	4	3	2
	1	4	2
9	8	8	9

14. Wenn die Summe eine Linie, es mag die Linie hernach eine zehn- oder mehrfache seyn, die neunte Zahl übersteiget, und also nothwendig mit drey Ziffern zuschreiben ist, so wird diejenige allein geschrieben, welche zur Rechten ist die andere aber, so zur Linken sollte gesetzet werden, behält man in der Gedächtniß, so hernach

zu

zur Summe der zweyten Linie gezählet und gesetzet wird; Die Ursache ist, weil, wenn zum Beyspiele die einfache zusammen gezählte Ziffern eine Summe ausmachen ungefähr von 23; so sind bey dieser Summe zwey Zehner, und drey Einser, kann derowegen nur die Ziffer 3. allein in der Linie der Einfachen einen Platz haben, die zwey Zehner aber müssen hinüber getragen werden in die zweyte Linie, welche Zehner enthält, allwo sie hernach mit selbigen Zehner gezählet, und in eine Summe gebracht werden.

Zum Beyspiele: es sollten diese Zahlen addirt oder zusammen gezählet werden, als: 4937, 9878, und 2394, wenn denn diese Zahlen nach ihrer Ordnung untereinander gesetzet, so machen die zusammen gesammelte Einfache 7, 8, und 4 giebt 19: wird also nur die Ziffer 9 in die Summe der Einfachen gesetzet, und 1 wird unterdessen in der Gedächtniß behalten; die zusammen gezählte Zehner geben 19, welchen auch jener, so in der Gedächtniß behaltẽ, beygesetzet wird, machet hiemit die Summe der Zehner 20, unter die zweyte Linie oder in den Ort der Zehner wird nur die o gesetzet, der 2 wird wiederum in der Gedächtniß behalten; die Sammlung der Hundert machen 20, die 2 so in der Gedächtniß behalten dazugezählet, so sind es 22; 2 setzet man in den Platz der Hundert, und die übrige 2 werden in der Gedächtniß behalten; endlich die Sammlung der Tausend geben 15, zwey in

der Gedächtniß behalten machen 17, der 7 wird also unter die Linie und Zahl der Tausenden gesetzet, der Einser aber etwas vorwärts wo die Zehner der Tausend stehen, und so wird die ganze Summe 17209 ausmachen.

4937
9878
2394
17209

15. Wenn diejenige Ziffern, so übergeblieben, gleich zu den Ziffern der folgenden Reihen gesetzt werden, so ist keine Gefahr selbe zu vergessen; daher in dem vorigen Beyspiele, wo die Summe der zusammen gezählten 19 ausmachet, wird nach dem 9 gesetzet, bey den zusammen zählenden Zehnern der Anfang gleich mit dem übergebliebnen 1 gemacht; sage 1 und 9 ist 10 und 7 ist 17, und 3 ist 20; nach dem die Nulle geschrieben bleibt 2; dann gehe zu der Reihen der Hundert und mache gleich den Anfang zu zählen bey den zwey so übergeblieben, und sage 2 und 3 ist 5 und so weiter. Wenn in einer Linie oder Sammlung nichts als Nullen wären, oder heraus kommen, so wird eine in die Summe derselben Reihen gesetzt, es sey dann, daß in der vorhergehenden Reihe eine giltige Ziffer übergeblieben wäre, alsdann wird solche anstatt der Nulle gesetzet, wie in den zwey folgenden Beyspielen bald zu ersehen ist.

16.

16. Die Prüfung oder Probe der Addition wird richtig und unfehlbar seyn, wenn die ganze Zusammenzählung auf verkehrte Art wiederholet wird, das ist, wenn man zuvor bey der untern Ziffer angefangen und bis zur obern gezählet, so fanget man bey Machung der Probe bey der obern an und zählet herab, wenn hernach die zwey Summen übereinskommen, so ist glaubwürdig, daß die Addition ohne Fehler gemacht sey.

17. Wenn nur zwey zusammen zählende Zahlen vorhanden sind, so wird die Probe am besten durch die Subtraktion gemacht; man nimmt eine von diesen zwo Zahlen, setzet sie unter die Summe und ziehet davon den Ueberrest, so durch die Subtraktion verbleibet, muß eben die zweyte Zahl zeigen, mit der nicht ist subtrahirt worden.

18. Einige pflegen die Probe zu machen mit Hinwegwerfung 9 oder 7, sowohl aus der Summe als andern Zahlen, und zwo so oft, als 9 oder 7 vor kam, und wenn das übergebliebene der zusammen zählenden Zahlen dem übergebliebenen der Summe gleich ist, so vermeynen sie die Addition sey ohne Fehler gemacht: aber weil dieses sehr betrüglich und unrichtig, so kann es nicht Platz finden. Denn wenn nur eine Veränderung der Oerter in den Zahlen geschieht, als zum Beyspiele 32 wird gesetzet statt 23 so wird eben nach Hinwegwerfung 9 ebenderselbe Rest herauskommen, und zeiget folglich an, als wenn die Addition recht wäre, welches sich jedoch an sich selbst nicht so verhält.

19. Wenn viele Zahlen zu addiren vorkommen, so geschieht es wohl, um mehrere Beschwernisse zu vermeiden, wenn sie in mehrere Theile abgetheilet werden; hernach aber die von den Theilen herauskommende Summe, in eine haupt Summe gebracht wird, wie in dem IV. Beyspiele zu ersehen: diese vier Zahlen werden gleichsam von den andern geschieden und in eine Summe gebracht, und so ebenfalls die zweyte vier Zahlen, alsdann werden beyde Summen durch die Addition in eine gebracht.

I. Beyspiel.

6679
4232
9089
20000

II. Beyspiel.

101700
8506
97305
207511

III. Beyspiel.

	74963257
	38359178
Summe.	113322435
	74963257
Prob.	38359178

IV. Beyspiel.

1476	
6325	
438	
592	
573	8831
404	
286	
789	
	2052
10883	10883

Drit-

Drittes Kapitel.

Von der Subtraktion oder Abziehung.

Zu desto leichterm Begriffe wird das Ein von Eins hier eingerückt.

1 von	1 bleibt	0	4 von	4 bleibt	0	7 von	7 bleibt	0
1	2	1	4	5	1	7	8	1
1	3	2	4	6	2	7	9	2
1	4	3	4	7	3	7	10	3
1	5	4	4	8	4	7	11	4
1 von	6 bleibē	5	4 von	9 bleibē	5	7 von	12 bleibē	5
1	7	6	4	10	6	7	13	6
1	8	7	4	11	7	7	14	7
1	9	8	4	12	8	7	15	8
1 von	10 bleibē	9	4 von	13 bleibē	9	7 von	16 bleibē	9
2 von	2 bleibt	0	5 von	5 bleibt	0	8 von	8 bleibt	0
2	3	1	5	6	1	8	9	1
2	4	2	5	7	2	8	10	2
2	5	3	5	8	3	8	11	3
2	6	4	5	9	4	8	12	4
2 von	7 bleibē	5	5 von	10 bleibē	5	8 von	13 bleibē	5
2	8	6	5	11	6	8	14	6
2	9	7	5	12	7	8	15	7
2	10	8	5	13	8	8	16	8
2 von	11 bleibē	9	5 von	14 bleibē	9	8 von	17 bleibē	9
3 von	3 bleibt	0	6 von	6 bleibt	0	9 von	9 bleibt	0
3	4	1	6	7	1	9	10	1
3	5	2	6	8	2	9	11	2
3	6	3	6	9	3	9	12	3
3	7	4	6	10	4	9	13	4
3 von	8 bleibē	5	6 von	11 bleibē	5	9 vou	14 bleibē	5
3	9	6	6	12	6	9	15	6
3	10	7	6	13	7	9	16	7
3	11	8	6	14	8	9	17	8
3	12	9	6	15 bleibē	9	9 von	18 bleibē	9

20. Durch die Subtraktion wird die kleinere von der größern Zahl abgezogen, damit man derselben Unterscheid gewahr werde. Die kleinere Zahl nennet man subtrahendus oder den Abzug, die dritte aber, so durch die Subtraktion gefunden, wird der Unterscheid oder der Rest genennet.

21. Wenn die zwo Zahlen dem Werthe einander gleich sind, so kann eine jede der Subtrahendus oder der Abzug seyn, und der Unterscheid oder Rest ist von beyden gleich nichts.

22. Wenn man abziehen will, so wird die kleinere Zahl also unter die größere gesetzet, daß die Einfache mit dem Einfachen die Zehnfache mit der Zehnfachen rc. ordentlich übereins kommen, so, wie schon bey der Addition ist gemeldet worden. Hernach wenn eine Linie unter diese Zahlen gezogen worden, werden die Einfache von den Einfachen, die Zehnfache von den Zehnfachen u. s. w. abgezogen, und wird der Ueberrest ordentlich unter jene Linie gesetzet von der er herkömmt. Zum Beyspiele:

Es wird der Rest gesuchet von diesen Zahlen 9878, und 4347, nach dem die kleinere unter die größere Zahl gesetzet und eine Linie gezogen worden ist, so fängt man zur Rechten an und sagt, 7 von 8 bleibt 1, diesen Rest setzet man in der Reihe zu erst und unter die Zahl der Einfachen: denn geht man zu der zweyten und sagt 4 von 7 bleibt 3, diesen Rest, weil er von den Zehnern herkömmt, wird unter die Linie der Zehner gesetzet, 3 von 8 bleibt 5, diese 5 werden in den Platz der Hunderten gesetzet, 4 von 9 bleibt 5 diese kömmt unter die Linie der

Tau=

Tausendfachen zu stehen; wird derohalben der ganze Rest seyn 5531.

9878
4347
5531

23. Wenn die Ziffer, so der Subtrahendus oder der Abzug genennet wird, der obern, so abgezogen soll werden, gleich ist, so wird statt des Restes, weil keiner heraus kömmt, eine o gesetzet; wenn die untere Ziffer eine o seyn sollte, so wird in das Ort, wo der Abzug oder Rest stehen sollte, die obere ganze Ziffer gesetzet, denn wenn von einer Ziffer nichts abgezogen wird, so bleibet dieselbe ganz; kömmt es vor, daß eine o von einer o sollte gezogen werden, so ist der Abzug oder Rest eine o; ist unten her gar keine Ziffer mehr vorhanden, mit der abgezogen soll werden, so werden die obere, sey es hernach eine oder mehrere, unter die Zwerchlinie hinab in eben den Rang gesetzet, in dem sie oben stehen als wie in dem I. Beyspiele wird zu sehen seyn.

24. Wenn die untere Ziffer größer ist, als die obere, so wird von der obern Ziffer der zweyten Linie eines entlehnet, welches, wenn es zu der Linie gezogen, allwo wirklich subtrahiert wird, gilt es zehn; (§. 6.) wenn also diese gleichsam eingebildete entlehnte Ziffer der obern kleinern beygesetzet worden, so geschieht hernach mit der untern die Abziehung wie sonst; die Ziffer aber, von der das Eins entlehnet worden, wird mit einem Tupfen bezeichnet, damit man bey Abzie-

ziehung der folgenden Linie wisse, daß von selbiger Ziffer entlehnet worden, und solche mithin eins weniger gelte. Zum Beyspiele: es soll abgezogen werden 898 von 973. Nachdem diese Zahlen der Ordnung nach gesetzet, so sehe ich, daß der 8 eine höhere Ziffer sey, als 3 die Ziffer der obern Zahl, von der gezogen soll werden, wird deßwegen von der nächsten Ziffer zu Linken, so 7 ist, eines entlehnet, welches in der nächsten Linie zur Rechten zehn gilt; werden deßwegen in der letzten Linie und obern Zahl 13 Einser enthalten, von welchen 8 gezogen werden, bleiben folglich noch 5 Einser. Die obere Ziffer aber der zweyten Linie gilt nicht mehr 7 sondern nur 6, welches der hinzugesetzte Tupfe anzeigt, ist derohalben bey Abziehung der zweyten Linie zu sagen 9 von 6 (oder weil man von der folgenden Ziffer eines entlehnen muß) 9 von 16 bleiben 7. Endlich 8 von 8 (weil von dem Neuner schon eins entlehnet worden) bleibt 0, darf aber hier nicht gesetzet werden, weil die Nulle, wenn sie zur Linken einer Ziffer gesetzet wird und keine andre Ziffer mehr nachfolget, keinen Werth hat. (§. 7.)

$$\begin{array}{r} \dot{9}\,\dot{7}\,3 \\ 8\,9\,8 \\ \hline 7\,5 \end{array}$$

25. Wenn die obere Ziffer ein o seyn sollte, so bleiben eben selbe Regeln, welche schon gegeben, denn nachdem man eins von der nächsten Ziffer entlehnet, geschieht der Abzug von zehn. Wenn aber die nächste Ziffer nach der Nulle ein Einser seyn sollte, so wird an dessen statt, weil der Einser entlehnet worden, eine Nulle, wenigstens eingebildtermassen, gesetzet, von welcher hernach abgezogen wird. In folgendem Beyspiele ist zu sagen 4 von 10 bleibt 6, wiederum 2 von 10 (da eins entlehnet worden) bleibt 8, endlich 1 von 2 bleibt 1.

·3	·1	0
1	2	4
1	8	6

26. Wenn aber eine Ziffer, von der eins entlehnet soll werden, eine Nulle seyn sollte, so wird dieß Eins von der Ziffer, so der Nulle am nächsten ist, weil von ihr nichts zu nehmen, entlehnet, und anstatt der Nulle von der man hat entlehnen müssen, wird ein 9; die Ursache dessen ist, weil vermittelst des überbrachten Einser die Nulle zehn gilt, und weil aus diesem Orte wiederum eins entlehnet muß werden, so verbleiben nur noch 9, welches von mehrern Nullen, so nacheinander folgen kann verstanden werden. Zum Beyspiele: es soll abgezogen werden 354 von 7002, damit also 4 von 2 könne gezogen werden, ist eins bis von dem 7 zu entlehnen, durch welches entlehnen aus den entzwischen liegenden Nullen Neuner werden, und folglich die erste

drey Ziffern in 699 verändert; also ist zu sagen: 4 von 12 bleibt 8, 5 von 9 bleibt 4, 3 von 9 bleibt 6, und nichts von 6 bleibt 6; 6648 ist der ganze Rest, die Nullen damit man wisse, daß sie in 9 verändert worden, sind wiederum mit Tupfen zu bezeichnen.

```
 . . .
 7002
  354
 ----
 6648
```

27. Die Probe der Subtraktion wird zum richtigsten seyn, wenn die mindere Zahl zu dem Reste gesetzet, und gezählet wird, die Summe aus diesen beyden wird die größere Zahl, von der gezogen werden, geben. Es kann auch der Rest von der größern Zahl gezogen werden, alsdann muß sich zur Probe die kleinere Zahl zeigen.

I. Beyspiel.

```
   . .
 48500
   402
 -----
 48098
```

II. Beyspiel.

```
 . . .
 1000
    4
 ----
  996
```

III. Beysp.

```
  . . . .
 489249
 399999
 ------
  89250
```

IV. Beysp.

```
 . . .
 4103
  265
 ----
 3838
```

Probe des I, Beyspiels durch die Addition.

```
 48098 ist der Rest.
   402 ist die kleinere Zahl.
 -----
 48500 ist die größere Zahl.
```

Durch

Durch die Subtraktion.

4 8 5 0 0	ist die grössere Zahl.
4 8 0 9 8	ist der Rest.
4 0 2	ist die kleinere Zahl.

Viertes Kapitel.

Von der Multiplication oder Vermehrung.

28. Das Multipliciren ist, sich so oft eine Zahl setzen, soviel die gegebene Zahl Einser in sich hält. Daher 8 durch 4 multipliciren ist, 8 viermal, oder 4 achtmal sich zu setzen, also ist die Multiplication oder Vermehrung ein wiederholter Zusatz.

29. Die zwo gegebene Zahlen in der Multiplication sind die Factores, oder eine wird der Multiplicandus oder die zuvermehrende, die andere der Multiplicator, oder der Vermehrer, die dritte Zahl aber, so aus der Multiplication hervor kömmt, das Factum oder Productum genennet. Also sind 4 und 8 die Factores, und 32 ist das Factum oder Productum.

30. Zur Multiplication oder Vermehrung der einfachen Zahlen 1. bis 10 giebt es keine Regel, sondern es muß solche aus dem Einmal Eins oder der pythagorischen Tabelle, welche man insgemein das Einmal Eins nennet, abgenommen, und also wohl in die Gedächtniß eingedrücket werden.

Pythagorische Tabelle

oder

Das Einmal Eins.

1	mal	1	ist	1
2	=	2	=	4
2	=	3	=	6
2	=	4	=	8
2	=	5	=	10
2	=	6	=	12
2	=	7	=	14
2	=	8	=	16
2	=	9	=	18
2	=	10	=	20
3	mal	3	ist	9
3	=	4	=	12
3	=	5	=	15
3	=	6	=	18
3	=	7	=	21
3	=	8	=	24
3	=	9	=	27
3	=	10	=	30
4	mal	4	ist	16
4	=	5	=	20
4	=	6	=	24
4	=	7	=	28
4	=	8	=	32
4	=	9	=	36
4	=	10	=	40

5	mal	5	ist	25
5	=	6	=	30
5	=	7	=	35
5	=	8	=	40
5	=	9	=	45
5	=	10	=	50
6	mal	6	ist	36
6	=	7	=	42
6	=	8	=	48
6	=	9	=	54
6	=	10	=	60
7	mal	7	ist	49
7	=	8	=	56
7	=	9	=	63
7	=	10	=	70
8	mal	8	ist	64
8	=	9	=	72
8	=	10	=	80
9	mal	9	ist	81
9	=	10	=	90
10	mal	10	=	100
10	mal	100	=	1000
1000	mal	1000	ist	1 Million.
10	mal	1000000	auch	1 Million.

Die=

Dieses ist in folgender pythagorischen Tabelle enthalten.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

31. Der Gebrauch dieser Tabelle oder Täfelein ist folgender; ein Factor wird gesucht in dem ersten Kästgen oder Räumlein auf der linken Seite herab, der andere in den obern hinüber: wenn alsdann von dem obern Factor gerade herunter, und von dem Linken gerade zur Rechten gefahren, so wird in jenem Kästgen, wo besagte zwo Linien zusammen laufen, das Factum, so aus den zwey Ziffern entspringet, anzutreffen seyn. Zum Beyspiele: man will wissen wie viel 8 mal 7 sey; in dem ersten Kästgen zur Linken nimm 8 und fahre in eben dieser Linie, wo der 8 stehet, gerade hinüber zur Linken, bis du unter die Reihe kömmst, in welcher zu oberst der zweyte Factor, das 7 stehet, und

alldort wirst du antreffen 56 nämlich das Factum aus 8 und 7. Die ganze Regel oder Lehrart ist in diesem Verse enthalten.

Ein Factor giebt die Link, die obre Reihe
dem zweyten,
Das Eck, wo sie sich paarn, wird dir aufs
Factum deuten.

32. Wenn ein Factor aus mehrern Ziffern bestunde, so ist folgende Regel zu beobachten: der Factor, so nur eine Ziffer hat, wird der Multiplicator, und wird dem andern, nämlich dem Multiplicando, unterschrieben, und zwar unter die letzte Ziffer zur rechten Hand; wenn denn unter diese beyde zugleich eine Linie gezogen, so wird mit dem Multiplicator durch alle Ziffern des Multiplicandi, von der Rechten gegen der Linken zu multiplicieret; ein jedes Factum wird ordentlich unter den Querstrich oder Linie gesetzet, also zwar, daß die Einser unter die Einser, die Zehner unter die Zehner u. s. w. des Multiplicandi zustehen kommen. Zum Beyspiele: man soll multipliciren 134 durch 2; schreibe also 2 unter 4, und nach dem eine Linie gezogen, sage zweymal vier sind 8, diese 8 setze in das erste Ort, nämlich unter die Einser: hernach sage zweymal 3 sind 6, diese setze unter die Zehner, endlich zweymal eins sey 2, so in den Ort der Hunderte zu setzen, ist also die ganze Summe 268.

$$\begin{array}{r} 134 \\ 2 \\ \hline 268 \end{array}$$

33. Wenn ein Factum heraus kömmt, so aus mehr Ziffern bestunde, und die Ziffer 9 übertrift, so daß es mit zwey Ziffern müßte geschrieben werden, so wird nur jene gesetzet, so zur Rechten ist, die andere behält man in der Gedächtniß, damit man sie hernach zu dem nächstfolgenden Facto zähle. Wenn man 768 durch 3 multipliciren muß, da das Factum, so aus 3 und 8, ist 24, so wird in den Ort, wo die Einser sind 4 gesetzt, und 2 wird in der Gedächtniß behalten: das Factum, so aus 3 in 6 ist 18 die zwey, so ich der Gedächtniß behalten, dazu gezählet, sind 20, das 0 wird in den Platz der Zehner gesetzet, und die 2 werden wiederum vorbehalten: endlich das Factum aus 3 in 7 ist 21, die 2 so übergeblieben dazu gezählet sind 23, und das ganze Factum 2304

$$\begin{array}{r} 768 \\ 3 \\ \hline 2304 \end{array}$$

34. Wenn der Multiplicator auch mehrere Ziffern haben sollte, so wird er also unter den Multiplicandum gesetzet, daß die Einfache mit den Einfachen, die Zehnfachen mit den Zehnfachen u. s. w. überein komme.

Wenn man mit der ersten Ziffer des Multiplicators multipliciret hat, so gehet man hernach wie (§. 32.) gesagt worden, zu der zweyten, und handelt auf eben diese Weise wie bey der ersten; mit dieser Ziffer, des Multiplicators nämlich, werden wiederum alle Ziffern des Multiplicandi, wie bey der ersten multiplicirt, und ein jedes Fa-

ctum, so heraus kömmt, wird unter die obere Ziffern gesetzet, also zwar, daß der Anfang des zu schreibenden Facti bey der zweyten Ziffer, oder welches eins ist, bey dem Factor, muß gemachet werden. Die Ursache dessen ist, weil die Multiplication der zweyten Ziffer durch Zehner geschieht, deßwegen kann hernach das Factum auch nicht unter die Einser, sondern es muß unter die Zehner gesetzet werden. Besonders ist zu merken, daß man das Factum anfange zusetzen in jenem Orte unter die nämliche Zahl, in welcher die Ziffer multiplicans stehet. Nachdem man mit der zweyten Ziffer des Factors alle obere multiplicirt, so gehet man zu der dritten, wenn eine vorhanden, und also zur vierten, fünften &c. mit einem Worte, zu allen, so vorhanden sind.

Nachdem mit allen gehandelt worden, so werden die Facta alle zusammen gezählet und in eine Summe gebracht, welches hernach das begehrte Factum ist. Gesetzt, es wäre zu multipliciren 53684 durch 325; nachdem alle Ziffern gegebner Regel nach gesetzet und mit dem 5 alle des Multiplicandi Ziffern multiplicirt worden, so wird das Factum seyn 268420; hernach wird durch die Ziffer 2 multipliciert der ganze Multiplicandus, dessen Factum seyn wird 107368, aber die erste Ziffer dieses Facti, nämlich 8 muß unter die zweyte des vorigen Facti gesetzet werden, also daß der 8 mit dem Multiplicandus 2 übereins kömmt, und in einer Reihe herab stehet; Endlich wird durch 3 multipliciert der ganze Multiplicandus, dessen Factum ist 161052, aber

die

die erste Ziffer dieses Facti muß in das dritte Ort gesetzet werden, oder unter die zweyte Ziffer des vorigen Facti, daß der Multiplicator 3 mit dem Facto in der Reihe übereins kömmt. Alle diese Facta werden zusammen addirt und in eine Summe gebracht und 1744730 wird hernach das ganze Factum seyn.

```
      5 3 6 8 4
          3 2 5
   ------------
    2 6 8 4 2 0
  1 0 7 3 6 8 .
1 6 1 0 5 2 . .
---------------
1 7 4 4 7 3 0 0
```

35. Wenn zu Ende eines, oder allen beyden Factores Nullen gesetzet wären, so schneidet man, so zu sagen, selbige ab, und geschieht unterdessen die Multiplication nur mit jenen Ziffern, so von sich selbst eine Geltung haben, alsdann setzet man zu dem ganzen Factum oder zu der Summe aller Producten soviel Nullen, als viel man zuvor abgeschnitten oder bey den zwey Factoren gewesen sind. Wie aus dem II. Beyspiele so ein wenig weiter darunter gesetzet, zu ersehen, allwo die Multiplication nur mit 23 und 2 angestellet wird, hernach zu dem Factum 46 werden noch fünf Nullen gesetzet, die zuvor von den Factoren geschnitten worden sind.

36. Wenn in der Mitte des Multiplicators eine oder mehr Nullen sind, so läßt man solche gleichfalls aus; auf dieses allein ist alsdann wohl acht zu geben, daß das Factum, so hervor kömmt

durch die nächste Ziffer, die von sich selbst eine Geltung hat, in eben jenem Orte untenher den Anfang nehme, wo obenher der Multiplicator stehet, als wenn 37573 durch 3002 zu multipliciren wäre, so müssen die zwo Nullen, nachdem mit 2 gehandelt worden, ausgelassen werden, aber das Factum, so durch 3 hervor kömmt, müßte ordentlich unter 3, oder in den vierten Platz gesetzet werden. (§. 34)

```
    37573
     3002
  -------
    75146
 112719
---------
112794146
```

37. Die Probe der Multiplication geschieht am richtigsten durch die Division, von welcher in folgendem Abschnitte wird gehandelt werden; wenn nämlich das ganze Factum durch einen, der zwey Factoren, dividiert wird, so wird der zweyte Factor hervorkommen. Es kann die Probe auch so gemacht werden: man setze den Multiplicandum in das Ort wo der Multiplicator, den Multiplicatoren aber, wo der Multiplicandus stehet, alsdann multipliciret man wie vorher, wenn das Factum dem vorherigen gleich ist, so ist die Multiplication richtig und ohne Fehler.

Sollte es vorkommen, daß eine Zahl durch 9 zu multiplicieren wäre, so darf man nur zu solcher Zahl eine Nulle setzen, und mit ebenderselben Zahl, doch ohne Nulle, darunter gehen und subtrahiren, so wird der Rest das verlangte Factum

etum, so ansonst durch den 9 vermittelst der Multiplication wäre herausgekommen, anzeigen; sollte man mit zwey 9 multiplicieren müssen, so setzet man zwo Nullen zu der Zahl und ziehet ab auf besagte Art. z. Beyspiel. Wenn diese Zahl 2864325 durch 9 zu multiplicieren wäre, so setzet man sie also:

```
28643250
 2864325
--------
25778925
```

I. Beyspiel.

```
     65464
      4053
    ------
    196392
   327320
261856...
---------
265325592
```

II. Beyspiel.

```
23000
    200
-------
4600000
```

III. Beyspiel.

```
   386
  1002
  ----
   772
386
------
386772
```

IV. Beyspiel.

```
 4062
   36
-----
24372
12186
------
146232
```

Fünftes Kapitel.
Von der Division oder Zertheilung.

Um desto leichtern Begriffs willen wird vorerst das Ein in Eins eingerücket.

2	in	2	habe ich	1	5	in	5	habe ich	1
2		4		2	5		10		2
2		6		3	5		15		3
2		8		4	5		20		4
2	in	10	habe ich	5	5	in	25	habe ich	5
2		12		6	5		30		6
2		14		7	5		35		7
2		16		8	5		40		8
2	in	18	habe ich	9	5	in	45	habe ich	9
3	in	3	habe ich	1	6	in	6	habe ich	1
3		6		2	6		12		2
3		9		3	6		18		3
3		12		4	6		24		4
3	in	15	habe ich	5	6	in	30	habe ich	5
3		18		6	6		36		6
3		21		7	6		42		7
3		24		8	6		48		8
3	in	27	habe ich	9	6	in	54	habe ich	9
4	in	4	habe ich	1	7	in	7	habe ich	1
4		8		2	7		14		2
4		12		3	7		21		3
4		16		4	7		28		4
4	in	20	habe ich	5	7	in	35	habe ich	5
4		24		6	7		42		6
4		28		7	7		49		7
4		32		8	7		56		8
4	in	36	habe ich	9	7	in	63	habe ich	9

8	in	8	habe ich	1	9	in	9	habe ich	1
8		16		2	9		18		2
8		24		3	9		27		3
8		32		4	9		36		4
8	in	40	habe ich	5	9	in	45	habe ich	5
8		48		6	9		54		6
8		56		7	9		63		7
8		64		8	9		72		8
8	in	72	habe ich	9	9	in	81	habe ich	9

38. Dividere oder das Theilen ist, eine kleinere Zahl von der größern so oft abziehen, als oft die kleinere in der größern enthalten, und daher Divisio oder Theilung nichts anders ist, als ein wiederholter Abzug.

39. Die größere Zahl wird der Dividendus oder das zu Theilende die kleinere der Divisor oder der Theiler, jene aber, so aus der Division entspringet, Quotus genennet. Der Divisor zeiget an, in wie viel Theile das Ganze zu theilen sey, und nachdem es getheilet worden zeiget, wie viele Theile es einem jeden treffe; als, wenn unter 5 Personen 20 fl. auszutheilen sind, zeiget der Quotus 4, daß einem jedem aus diesen 5 Personen 4 fl. treffe.

40. Damit das Dividiern von Anfange nicht allzuschwer vorkomme, so will ich mit einem der leichtesten Beyspiele den Anfang machen, bey welchen der Divisor nur aus einer Ziffer bestehet, und sind folgende Regeln zu beobachten. Erstens: zur linken Hand unter die erste Ziffer des Dividendi wird der Divisor oder Theiler gesetzet (denn daß diese Handlung von der Rech-

ten gegen der Linken geschieht, wird die Ursache weiter darunten gegeben werden) nach dem Dividendum zur Rechten wird ein Zeichen, gleich eines halben Mondes gemacht, nach welchem Zeichen der Quotus gesetzet wird. Zweytens: Erforsche, wie oft der Divisor in jener Ziffer, unter welcher er stehet, enthalten sey, und das gefundene Quotum setze hernach hinter den halben Mond hinaus. Drittens: durch diesen Quotum multipliciern den Divisorem, und das Factum, so durch die Multiplication herauskömmt, setze also unter den Divisorem, daß es ordentlich mit jener Ziffer, die getheilet worden, in der Reihe übereinskömmt, alsdann ziehe eine Linie darunter. Viertens: Ziehe das Factum von der Ziffer, so getheilt worden, ab, und den Rest setze unter die Linie hinab. Fünftens: zu diesem Reste setze die zweyte Ziffer des Dividendi, und handle mit dieser, wie auch mit allen folgenden Ziffern des Dividendi auf schon gesagte Weise. Die ganze Kunst, damit sie in der Gedächtniß besser einzudrücken und zubehalten, ist in diesen zween Versen enthalten:

Zum ersten such, wie oft der Theiler lieg verborgen,
Alsdann multiplicier, und zieh das Factum ab:
Wenn etwas über bleibt, (sonst hast du nichts zu sorgen)
So setz dasselbige unter die Lin hinab.

41. Wenn

41. Wenn die Ziffer des Divisoris oder Theilers größers seyn sollte, als die erste Ziffer des Dividendi, so wird der Divisor unter die zwente Ziffer des Dividendi gesetzet, und nachgeforschet werden, wie vielmal der Divisor in beyden ersten Ziffern des Dividendi enthalten sey; ein gleiches Nachforschen ist vonnöthen, wenn etwas überbleibet, und zu dem Reste die folgende Ziffer des Dividendi gesetzet wird; als wenn 24 durch 8 zu dividiren ist, fraget man wie oft 8 in vier und zwanzig enthalten sey.

42. Durch ein Beyspiel wird die Sache kläer erscheinen: gesetzt, es müßte 9356 durch 4 dividiert werden. Nachdem 4 unter den 9 gesetzet, und ein halber Mond hinter den Dividendum gemachet worden, so frage, wie oft ist 4 in 9? Und du wirst erfahren 2 zweymal: wird also der erste Quotus hinter den Mond gesetzet: alsdann multiplicier durch den 2 Quotum den 4 Divisorem, und das Factum 8 setze also unter den Divisorem oder Theiler, daß er in der Reihe mit dem 9 so im Dividendo stehet, ordentlich übereinskömmt. Nachdem eine Querlinie gezogen, so ziehe 8 von 9 ab, so ist der Rest 1 diesen Einser setze unter die Linie hinab, zu welchem noch die folgende Ziffer mit einem Zeichen zu bemerken ist, durch welches angedeutet wird, daß solche Ziffer schon hinabgetragen worden, schreibe also unter diese 13 den 4 Divisorem, und sage, wie oft ist 4 in 13? Und du wirst erfahren 3 mal, welches der zwente Quotus seyn wird; durch diesen Quotum 3 multiplicire der 4 Divisorem, so ist das Factum

12,

12, diese schreib unter den Divisorem, daß sie mit der getheilten Zahl 13 übereinkomme, und ziehe von dieser ab, so restiert 1, diesen setze die folgende Ziffer des Dividendi bey, nämlich 5; nachdem der Divisor darunter gesetzet, so sage, wie oft ist 4 in 15 enthalten? Nämlich 3 mal welches der dritte Quotus ist, wenn durch diesen der Divisor 4 wiederum multipliciert worden, so ist das Factum 12 so von 15 abgezogen und ist von diesen der Rest 3, welchem die letzte Ziffer noch beygesetzet wird, nämlich 6. Sage alsdann, wie oft ist 4 in 36 enthalten, und es wird sich zeigen 9 mal, welches der letzte Quotus ist, nachdem der Divisor durch den Quotum multipliciert worden, so ist das Factum 36, da dieses von 36 abgezogen, so bleibt 0 und nachdem die ganze Division vollbracht, so ist der ganze Quotus 2339.

```
  · · ·
9 3 5 6 ( 2 3 3 9
4
8
-------
1 3
  4
1 2
-------
1 5
  4
1 2
-------
3 6
  4
3 6
-------
  0
```

43. Wenn etwann, nachdem die Division schon vollendet, bey der letzten Subtraktion etwas übergeblieben wäre, so wird solches zur Rechten des Quoti hinaus geschrieben, und nachdem eine kleine Querlinie gezogen, setzet man den Divisorem noch darunter; als, man sollte 29 durch 8 dividiren, der Quotus wird seyn 3, nachdem durch diesen der Divisor 8 multiplicieret worden, so ist das Factum 24, nachdem solches von dem Dividendo abgezogen, so bleibt noch übrig 5, dieser Rest, nachdem er auf besagte Weise hinter den Quotum 3 hinaus gesetzet, der Divisor 8 aber darunter kömmt also zu stehen $3\frac{5}{8}$.

44. Wenn unter wehrender Division selbst eine Ziffer im Dividendo vorkommen sollte, die eine kleinere Zahl ausmachete, als der Divisor wäre, so schreibet man in das Ort des Quoti eine Nulle, und wird mit solcher Ziffer alsdann erst dividirt, wenn man noch eine Ziffer aus dem Dividendo genommen hat, wie hier in dem beygesetzten Beyspiele zuersehen: da nämlich in der zweyten Division 6 in 4 nicht enthalten ist, so wird in das Ort des Quoti eine Nulle gesetzet, und zu 4 wird die folgende Ziffer 8 gesetzet, alsdann dividirt man erst also: 6 in 48 ist achtmal enthalten u. s. w.

```
  · ·
6 4 8 ( 1 0 8
6
6
─────
0 4
  6
─────
4 8
  6
4 8
─────
  0
```

45. Der Quotus, so aus mehrern Ziffern entspringet, kann niemals grösser seyn als 9, muß daher allezeit nur in einer Ziffer bestehen.

46. Damit man aber wisse, wie oft der Divisor im Dividendo enthalten, so muß man das Einmal Eins, oder die pythagorische Tabelle wohl in dem Kopfe haben. Man sucht nämlich in den Zeltlein oder Rämlein zur linken Hand den Divisorem, und wo man diesen findet fährt man in ebenderselben Linie hinüber zur rechten Hand, und zwar so weit, bis in derselben Linie entweder der Dividendus selbst, oder wenigstens eine Zahl die ihm am nächsten gleich, angetroffen wird. Wenn man nun den Divisorem auf besagte Weise gefunden, so gehet man nicht mehr weiter zur Rechten, sondern gerade in einer Reihe bey dem gefundenen Divisorn hinauf, allwo man alsdann in dem alleroberſten Rämlein den gesuchten Quotum antreffen wird. Gesetzt es wäre 59 durch 7 zu dividiren: so wird in der äussersten Reihe in den Rämlein zur linken Hand 7 gesuchet: von diesem, wenn man gegen der rechten Hand

zu

zu 14, 21 und die folgende Facta durch gangen, kömmt man endlich zu dem Zelt- oder Rämlein, in welchem 56 eingeschlossen; bey dieser Zahl, obwohl es zwar der Dividendus selbst nicht, doch aber demselben am nächsten ist, bleibt man stehen, und gehet nicht mehr weiter hinüber, sondern von da gerade bis zu dem obersten Rämlein hinauf, in welchem man die Ziffer 8 antreffen wird, so der gesuchte Quotus ist, welcher anzeiget, daß 7 in 56 achtmal enthalten sey.

47. Wer sich fleißig übet in dem Dividiren mit einer Ziffer des Divisoren, dem wird es hernach leicht vorkommen auch mit mehrern Ziffern zu dividiren.

48. Wenn der Divisor aus zwey oder mehrern Ziffern bestehet, so sind ebendiese besagte Regeln zu beobachten, nur der Gebrauch oder Uebung ist etwas unterschieden. Erstens wird der Divisor also unter den Dividendum gesetzet, daß dessen erste Ziffer zur Linken, gleichfalls zur Linken unter die erste Ziffer des Dividendi gesetzt werden muß, wenn nicht die erste des Divisors größer, als die erste des Dividendi ist: wenn dieses wäre, so müßte sie unter die zweyte des Dividendi gesetzet werden; (§. 41.) Wenn aber die erste Ziffer des Divisors der ersten des Dividendi gleich, so ist acht zu geben auf die zweyte Ziffer des Divisors, welche, wenn sie kleiner ist als des Dividendi, so wird die erste unter die erste gesetzet, ist sie aber größer, so wird die erste des Divisors unter die zweyte des Dividendi, die zweyte unter die dritte, &c. und so weiter gesetzet. Zweytens: siehe wie oft die

erste Ziffer des Divisors enthalten sey in der ersten, oder wenn des Divisors größer ist, in den zwey ersten des Dividendi, der Quotus wird hernach, wie bey der einfachen Division, hinter dem Halbenmonde zur Rechten hinausgesetzet. Drittens. Multiplicire durch das Quotum den ganzen Divisoren, und das Factum, so herauskömmt, setze also unter den Divisorem, damit es ordentlich mit den Ziffern des Dividendi, unter welchen der ganze Divisor schon stehet, übereinskomme. Viertens, nachdem eine Querlinie gezogen, so subtrahire oder ziehe das Factum von den Ziffern des Dividendi, unter welchen es stehet, ab, und Fünftens: setze zu dem herausgekommenen Rest die folgende Ziffer des Dividendi, und nachdem der Divisor mehrmalen unterschrieben worden, so wird die ganze besagte Handlung wiederholet.

Zum Beyspiele: Es wäre diese Zahl 443664 durch 52 zu dividiren, weil hier die erste Ziffer des Divisors größer ist, als die erste des Dividendi, so muß die erste des Divisors unter die zweyte, und die zweyte unter die dritte des Dividendi gesetzet werden. Sage derohalben: wie oft ist 5 in 44 enthalten? nämlich 8; dieses ist also der erste Quotus. Alsdann multiplicire durch 8 den Divisorem 52, so wird dieses Factum 416 herauskommen, von welchem, da es von den drey Ziffern des Dividendi abgezogen ist, noch 27 überbleibet, zu welchem Reste die folgende Ziffer des Dividendi, nämlich 6 muß gesetzet werden. Nachdem der Divisor darunter geschrieben sage wie oft ist 5 in 27? fünfmal enthalten, ist also

5 der

5 der zweyte Quotus, so abermal zur Rechten hinter den Halbenmond gesetzet, und sodann der Divisor 52 multiplicirt muß werden, von welchem das Factum 260 herauskömmt, dieses, da es von dem Dividendo 276 abgezogen bleibet noch übrig 16 zu diesem Reste wird die folgende Ziffer des Dividendi gesetzet nämlich 6; nachdem mehrmaln der Divisor darunter geschrieben, sage, 5 in 16 ist 3 mal enthalten, diese 3 so der dritte Quotus ist, setze abermal hinter den Mond hinaus, und nachdem durch diesen der Divisor 512 multipliciret worden, so kömmt dieses Factum 156 heraus, ziehe solches von dem Dividendo 166 ab, so werden 10 überbleiben, zu diesen 10 setze die letzte Ziffer 4 des Dividendi, schreibe wie allezeit den Divisorn darunter und sage 5 in 10 ist 2 mal enthalten, diese 2 ist endlich der letzte Quotus, mit welchen man abermal den Divisorn 52 multipliciert, und das Factum davon wird 104 seyn, dieses von dem Dividendo 104 abgezogen verbleibet o und also ist diese Handlung ohne einen Rest geendiget worden. Auf solche Weise dividirt man allezeit, es mögen hernach zwey, drey, vier, fünf oder noch mehr Ziffern in dem Divisore seyn.

```
    · · ·
443664(8532
 52
416
———————
 276
  52
 260
———————
  166
   52
  156
———————
   104
    52
   104
———————
     0
```

49. Wenn der Divisor aus mehrern Ziffern bestehet, so geschieht nicht selten, daß die erste Ziffer des Divisors in der ersten Ziffer des Dividendi öfters enthalten ist, als der ganze Divisor in der Zahl, unter welcher er stehet: daher geschieht, daß ein grösserer Quotus genommen wird, als der genommen werden sollte, und nachdem der Divisor durch den Quotum multipliciret worden, kömmt eine grössere Zahl, oder Productum heraus, als daß es kann von dem Dividendo abgezogen werden. Als: es soll 6589 durch 2465 dividiret werden, 2 in 6 ist 3 mal enthalten, daher wäre der Quotus 3; dieser, wenn er durch den Divisoren multipliciret worden, giebt ein Factum von 7395, so grösser ist, als der Dividendus, bey solchem Zufalle müßte die Divisio wiederholet, und der Quo-

Quotus um eins weniger genommen werden, nämlich in dem gegebnen Beyspiele müßte statt 3, 2 genommen werden, welches zwar in einer größern Division zimlich beschwerlich ist. Dieser Beschaffenheit kann man zu Hülfe kommen, wenn man den Divisorem vorher durch alle einfache neun Zahlen 1, 2, 3, u. s. w. multiplicirt, und einem jeden Product, jedoch abgesöndert, beysetzet die Zahl, durch welche multipliciret worden. Wer alsdann die Tabellen, oder alle Producten nebst den einfachen darneben stehenden Zahlen ansieht, wird gleich gewahr werden, was für ein Factum das rechte, ob es schon kleiner als der Dividendus, sey, daß es von dem Dividendo könne abgezogen werden: die einfache Zahl von diesem Facto hinüber ist hernach der gesuchte Quotus. Klärer wird die Sache in dem Beyspiele vorkommen.

50. Gesetzt es wäre diese Zahl 23833404 durch 354 zu dividiren, so muß man zu erst den Divisor auf besagte Weise, und wie es die hier beystehende Tabelle oder Tafel zeiget, durch alle neun einfache Zahlen multipliciren. Für 1 setzet man den Divisorem selbst: für 2 wird der Divisor gedoppelt gesetzet: für 3 wird die vorige Zahl und der Divisor dazu gezählet gesetzet; zu vier setzet man die Zahl, so bey 3 stehet aber wiederum den Divisorem dazu gesetzet, und so machet man immer fort bis man mit allen 9 Zahlen gehandelt, man setzet allezeit zu der vorhergehenden Zahl noch den Divisorem.

3 5 4	1
7 0 8	2
1 0 6 2	3
1 4 1 6	4
1 7 7 0	5
2 1 2 4	6
2 4 7 8	7
2 8 3 2	8
3 1 8 6	9

Wenn dieses geschehen so fängt man die Division auf erzählte Weise an, sagend: 3 in 23 ist 7 mal enthalten, aber in der Tabelle siehet man, daß das Factum, so bey 7 stehet, nämlich 2478 größer sey, als daß es von dem ersten Theile des Dividendi, unter welchem der Divisor stehet, könne abgezogen werden. Muß daher das Factum so bey 6 (so der erste Quotus ist) stehet nämlich 2124 genommen werden: von diesem Facto, da es von dem Dividendo abgezogen worden, verbleibet noch übrig 259, zu welchem die folgende Ziffer 3 gesetzet wird; alsdann 3 in 25 ist 8 mal enthalten, aber das Factum 2832 so neben der Ziffer 8 stehet, ist größer, als der Dividendus, muß deßwegen die vorhergehende kleinere Zahl, so neben 7 stehet, nämlich 2478 genommen werden, und 7 ist der zweyte Quotus, nachdem man abgezogen, und die folgende Ziffer des Dividendi zu dem Reste gesetzet der Dividendus 1154, sage also: 3 in 11 ist 3 mal enthalten, welches der dritte Quotus ist; das Factum so bey dieser Ziffer 3 stehet wird unter den Divisor gesetzet zu dem Reste wird die folgende Ziffer des Dividendi nämlich 0 gesetzet; 3 in 9 ist

ist nur 2 mal enthalten, als wie es die Tabelle weiset, und dieser Zweyer ist der vierte Quotus; das Factum so bey dem Ziffer 2 stehet, wird wiederum wie allezeit subtrahiert, und zu dem Reste wird die letzte Ziffer des Dividendi gesetzet. 3 in 21 ist nur 6 mal enthalten; nachdem das Factum, so bey der Ziffer 6 stehet, welches der letzte Quotus ist, abgezogen, so bleibt nichts übrig, und ist die ganze Division vorbey. Aus diesem Beyspiele erhellet, daß ohne eine solche Tabelle die Division öfters hätte müssen verändert die größere Quoti ausgestrichen, und kleinere genommen werden, welches in der That viel beschwerlicher, und mehrere Mühe wurde gekostet habet, als diese Tabelle zu machen erfodert hat.

23833404	(67326
354....	
2124....	
2593...	
354...	
2478...	
1154..	
354..	
1062..	
920.	
354.	
708.	
2124	
354	
2124	
0	

51. Aus diesem was bisher gesagt worden, ist leicht abzunehmen, daß der ganze Quotus zusammen, soviel Ziffern haben müsse, als Theilungen geschehen, das ist: der Quotus muß soviel Ziffern haben, als in dem Dividendo, nachdem der Divisor schon darunter geschrieben, übrig sind, wo nichts darunter geschrieben ist, und eine noch darüber: wie in dem letzten Beyspiele, in welchem vier Ziffern, nachdem der Divisor schon unterschrieben, noch übrig sind, unter welcher nichts stehet. Diese vier und eine noch darüber geben fünf; mithin muß der Quotus in fünf Ziffern bestehen.

52. Wenn der Divisor an dem Ende eine oder mehr Nullen hat, so schneidet man solche ab, und aber zugleich eben soviel Ziffern von dem Dividendo zur rechten Hand, mit den übrigen dividirt man wie sonst: nachdem die Division vollendet worden, so setzet man den Rest (wenn etwas übergeblieben) sammt der Ziffer, so von dem Dividendo abgeschnitten worden, hinter den Quotum hinaus, und unter diese Ziffern der ganze Divisor, (wie §. 43. gesagt worden) als: Es wäre 865 durch 30 zu dividiren, so kann es auf diese Weise geschehen: man schneidet 5 von dem Dividendo, die Nulle aber von dem Divisore und dividiret durch 3; den Ueberrest 2 setzet man zu der Ziffer 5 so abgeschnitten worden, und nachdem man es hinter den Quotum gesetzet, so setzet man den Divisorem darunter.

8 6	5
3	0

8 6 | 5 ($28\frac{25}{30}$
3 | 0

53. Wenn aber sowohl der Divisor als der Dividendus an dem Ende Nullen hätte, so nimmt man von jedem eine gleiche Zahl von Nullen hinweg, und die Handlung gehet mit den übrigen Ziffern fort. Daher bey der Division 45000 durch 300, nachdem man von beyden Zahlen zwo Nullen abgeschnitten hat, 450 durch 3 dividirt wird, und ist der ganze Quotus 150 welcher auch hervorkömmt, wenn man die Division ohne Abschneidung der Nullen vornimmt.

54. Wenn der Divisor bestehen sollte in 10, 100, 1000, so sind diejenige Ziffern im Dividendo der Quotus, welche in demselben, nachdem man soviel von dem Dividendo zur Rechten abgeschnitten, als Nullen in dem Divisore sind, übergeblieben. Nachdem Quotum müssen hernach die Ziffern, so abgeschnitten worden, mit unterschriebnen Divisorem gesetzet werden. Zum Beyspiele: die Zahl 745346 wenn sie durch 1000 dividirt worden, giebt das Quotum $745\frac{346}{1000}$.

55. Die Probe der Division zu machen ist nichts anders vonnöthen als multipliciren. Dann der Quotus, da er durch den Divisorem multiplicirt worden, giebt oder zeiget wiederum den Dividendum. Wenn aber neben dem Quoto etwas übrigbleibet, so wird selbes dem Facto, so vermittelst des Divisors aus dem Quoto kömmt, beygesetzet. Als 59 durch 7 getheilt giebt diesen Quotum $8\frac{3}{7}$; bey der Probe 1 da 7 durch 8 multiplicirt worden ist das Factum 56, diesem Facto wird die Ziffer 3, so der Rest gewesen,

bey=

beygesetzet, und die Summe zeiget wiederum den vorigen Dividendum 59.

56. Es kann auch, um die Probe zu finden, der Dividendus durch den gefundenen Quotum dividiret werden, der neue Quotus, so vermittelst dieser Division herauskömmt, muß hernach dem vorigen Divisor gleich seyn.

57. Wenn jemand zu wissen verlangte, warum die Division von der Rechten zur Linken angestellet werde, da doch bey andern Handlungen, als bey der Subtraktion Multiplication ꝛc. das Gegentheil geschieht, dieser soll nur in Erwegung nehmen, daß man in Austheilung einiger Sachen allezeit den Anfang bey jenen, so eines größern Werthes sind, machen müsse: und dieß von darum, daß, wenn ein Theil von den Gattungen des größern Werthes übergeblieben wäre, man solchen zu den Gattungen des kleinern Werthes setzen, und abermal zertheilen könne. Daher wenn die Tausende nicht alle aufgehen, so wird derselben übergebliebene Theil zu den Hunderten gesetzet, und nachdem die Tausende getheilet, gehet man alsdann erst zu den Hunderten. Denn wenn man den Anfang bey den Hunderten machte, würde man nicht mehr zu den Tausenden kommen, sondern zu den Zehnern und von den Zehnern zu den Einsern. Damit also die rechte Ordnung erhalten werde, so fängt man bey der größern Gattung gegen der kleinern die Austheilung an.

58. Wenn es aber geschehete, daß ein grösserer Quotus (§. 40.) genommen wurde, als es seyn sollte, so ist dieses die Ursache, weil man

nur

nur allein auf die erste Ziffer des Divisors, und nicht zugleich auch auf die übrige desselben Achtung gegeben. Daher, obwohl eben so oft Tausend in den Tausenden enthalten sind, als oft es die erste Ziffer anzeiget, so kann es dennoch geschehen, daß die Hunderte in den Hunderten, oder die Zehner in den Zehnern nicht so oft enthalten sind, und ein größerer Quotus hervorkomme, als der richtige anzeigte, wie oft der ganze Divisor in dem ganzen Dividendo, oder wie oft die Einser, Zehner, Hunderte, Tausende des Divisors, in den Einsern, Zehnern, Hunderten, und Tausenden zugleich enthalten sind.

Zweyter Theil,

von den fünf Species in den Zahlen, so nicht von gleicher Art sind.

Erstes Kapitel.

Von der Natur und Eigenschaft dieser Zahlen.

Erster Abschnitt.

Die Sachen, welche in dem gemeinen Gebrauche durch die Zahlen angezeiget, und ausgedrücket werden, sind meistentheils entweder Münzen, Abmessungen der Zeit oder Plätzen ꝛc. das Gewicht oder etwas anders. Da diese Sachen aus zerschiedenen Theilen bestehen, so geschiehet, daß zerschiedene Theile, so nicht von einer Art, auch nicht einerley Namens sind, in die Rechnung kommen, welche entweder zu den untern kleinern, oder zu den obern größern Gattungen müssen gebracht werden, damit sie addirt, subtrahiert, oder eine andere Handlung mit ihnen

könne

könne vorgenommen werden: zu diesem aber wird nothwendig seyn, daß sowohl ein jeder Theil, aus welchem das Ganze hervorkömmt, als die Zahl dieser Theile ine inem jedwedern Ganzen wohl erkannt werde, zu welchem folgende Tafel dienen wird.

In der Landmünze.

1 Harterthaler	enthält	2 Gulden, oder 40. Groschen oder 30. Batzen.
1 Reichsthaler		$1\frac{1}{2}$ Gulden $22\frac{1}{2}$ Batzen 30 Groschen oder 90 kr.
1 Gulden		20 Groschen 15 Batzen oder 60 Kreuzer.
1 Batzen		4 Kreuzer, 16 Pfenninge.
1 Groschen		3 Kreuzer, oder 12 Pfenninge.
1 Kreuzer		4 Pfenninge, oder 8 Häller.

In dem bürgerlichen Gewichte.

1 Zentner	enthält	100 Pfund.
1 Pfund		4 Vierling oder 32 Loth.
1 Vierling		8 Loth.
1 Loth		4 Quint.

Vom Silbergewichte.

1 Mark hat 16 Loth.
1 Loth hat 4 Quint oder 18 Gren.
1 Quint hat 4 Pfenning.
1 Pfenning hat 2 Häller.

Vom

Vom Goldgewichte.

1 Mark enthält 24 Karat.
1 Karat enthält 4 Gran.
1 Gran enthält 3 Gren.

In dem Apothekergewichte.

1 Pfund	enthält	12 Unzen, oder 96 Drachmen.
1 Unze	enthält	8 Drachmen, oder 24 Scrupel.
1 Drachmen	enthält	3 Scrupel, oder 60 Gran.
1 Scrupel	enthält	20 Gran.

In dem Getreidmaaß.

1 Schaf enthält 8 Metzen oder 32 Vierling.
1 Metzen enthält 4 Vierlinge.
1 Vierling enthält 4 Viertelen.
1 Viertele enthält 4 Mäßlen.

In der Längenmaaß.

1 Klafter	enthält	6 Schuh, oder 72 Zoll.
1 Schuh	enthält	12 Zoll, oder 144 Linien.
1 Zoll	enthält	12 Linien, oder 144 Punkte oder Scrupel.
1 Linie	enthält	12 Punkte, oder Scrupel.

1 Elle enthält 4 Viertel.
1 Viertel enthält 4 Sechzehntheile.

In der Erdmesserey.

1 teutsche Meil	enthält	4000 Schritt, oder 20000 Schuhe.
1 Schritt	enthält	5 Schuhe.
1 Schuh	enthält	12 Zoll.
1 Zoll	enthält	4 Gerstenkörner nach der Breite genommen.

In

In der Weinmaaß.

1 Eymer enthält 64 Maaß oder 32 Viertel.
1 Maaß = = 2 Seidlen.
1 Seidlein = = 2 Quártlein.

Das Jahr wird in 12 Monate abgetheilt, aus welchen Monaten einige 30, andere 31, der Februarius aber 28 Tage hat: wegen dieser Ungleichheit wird es ferner füglicher mit Unterlassung der Monate in Tage und Stunden getheilet.

In der Zeitmaaß.

1 Jahr	enthält	12 Monate oder 52 Wochen, oder 365 Tag, oder 8760 St. 4 Quat.
1 Quatem.		13 Wochen.
1 Woche		7 Tag.
1 Tag		24 Stunden, oder 1440 Minut.
1 Stund		60 Minuten, oder 3600 Secund.
1 Minute		60 Secunden.
1 Secund		60 Terzen.

Vom Papier.

1 Ballen enthält 10 Riß.
1 Riß = = 20 Buch.
1 Buch = = 25 Bogen.

Zweytes Kapitel.

Von der Addition, und Subtraktion in den Zahlen ungleicher Art.

2. Wenn Zahlen zusammen kommen, so nicht von gleicher Art sind, so werden sie in solcher

Ordnung untereinander gesetzet, daß die gleiche Theile, oder so eines gleichen Namens sind allezeit untereinander kommen, als zum Beyspiele: die Pfenninge unter die Pfennige, die Groschen unter Groschen; die Punkte unter Punkten, die Linien unter Linien ꝛc. alsdann fängt man bey der kleinsten Zahl an zu addiren nach den Regeln die (§. 1. K. 2.) gegeben worden: nebst welchen noch diese Hauptregel muß beobachtet werden: daß, so oft in der Summe der kleinern Gattung die nachfolgende größere enthalten ist, man so oft von derselben Summe die darinnen liegende größere Gattung abziehen, und selbe der folgenden größern müsse beysetzen. Als: wenn eine Summe von 7 Kreuzern vorhanden wäre, so wären in dieser Summe 7 zwey Groschen enthalten, weil 3 Kreuzer einen Groschen ausmachen: müssen daher diese zween Groschen abgezogen, und zu der folgenden größern Zahl gesetzet werden, bey welcher noch ein Kreuzer als Rest verbleibet. Wenn eine Summe vorhanden wäre von 28 Schuh, so wären, in dieser Summe 28 weil 6 Schuh eine Klafter ausmachet, vier Klaftern enthalten, und müssen also vier Klafter oder viermal 6 Schuh abgezogen, und der folgenden Zahl der Klafter beygesetzet werden, nach welchem Abzuge noch 4 Schuhe verbleiben als Rest. In dem ersten unter den folgenden Beyspielen ist die Summe der Pfenninge 7, welche einen ganzen Kreuzer und noch dazu 3 Pfenninge in sich enthält; Sind also die 3 unter die Linie hinab in den Platz der Pfennige zu setzen; der Kreuzer aber, den man aus der

Zahl

Zahl der Pfenninge gezogen, wird in die Zahl der Kreuzer getragen, allwo die 2 dazu gezählet wird; die Summe der Kreuzer ist 3, welche einen Groschen ausmachet, in die Summe der Kr. weil nichts übergeblieben, wird ein o gesetzet. In dem Platze der Groschen ist die Summe 46, mit jenen nämlich, so aus den Kreuzern gezogen worden; in diesen 46 Groschen sind 2 fl. enthalten: Dann 46 durch 20 dividirt, so ist das Quotum 2, allwo noch 6 übrig bleiben, oder 20 von 46 zweymal subtrahirt, verbleiben auch noch 6 Groschen übrig: die 2 fl. so aus den Groschen gezogen worden, werden zu der Summe der Gulden gezogen, und nachdem sie dazu gezählet worden, machet die ganze Summe 84 Gulden.

I. Beyspiel.

Gl.	Gr.	Kr.	Pf.
20	15	2	3
15	12	0	2
47	18	0	2
84	6	0	3

II. Beyspiel.

Klaft.	Schuh.	Zoll.	Linie.	Punkte.
9	4	8	6	5
4	5	6	11	3
7	3	9	8	10
3	2	10	4	8
25	4	11	7	2

III. Beyspiel.

Tage	Stund.	Minut.	Secund.
6	13	48	36
5	8	39	57
8	18	53	58
20	17	22	31

IV. Beyspiel.

Zent.	Pfund.	Loth.	Quint.
3	26	25	3
1	15	18	0
0	48	30	1
4	91	10	0

3. In dem zweyten Beyspiele ist die Summe der Punkten 26; in der Tabelle wird angezeiget, daß 12 Punkten eine Linie ausmachen, zweymal 12 ist 24, sind also zwo Linien in der Summe dieser Punkten enthalten, muß also zwey weggetragen, oder 24, von 26 abgezogen werden, allwo 2 Punkten übrig bleiben, so an ihr gehöriges Ort müssen gesetzet werden, und nachdem man die zwo Linien so aus den Punkten herausgekommen zu der Summe der folgenden Linie gebracht so machet dieselbe Summe mit diesen zwey dazu gezählt 31 aus. In der gegebnen Tabelle ist mehrmals zu ersehen, daß ein Schuh 12 Linien enthält, und zwey 12 ist 24 also 24 von 31 abgezogen verbleiben noch 7 Linien; nachdem die zwey aus den Linien hervorgekommene Schuhe zu der Summe der Schuhe gebracht, so macht dieselbe Summe mit diesen 2 Schuhen dazu gezählt, 6 Schuhe; 6 Schuhe aber

aber, wie in der Tabelle zu sehen, geben eine Klafter, zwey 6 geben 12, diese von 16 abgezogen so verbleiben 4 Schuhe, die zwo Klaftern, so aus den Schuhen herausgekommen, werden zu den Klaftern gebracht, nachdem sie zu den schon vorhandenen Klaftern gezählet worden, so machet die Summe aller Klaftern zusammen 25 aus. Auf solche Weise werden auch alle übrige Beyspiele aufgelöset: auf welche Weise aber leicht könnte abgenommen werden, wie oft die größere Gattung in der kleinern enthalten sey, wird (§. 6.) mehrers erkläret werden, mit Zurückziehung nämlich der kleinern Zahl zu der größern.

4. Wenn Zahlen unterschiedener Bedeutung müssen subtrahirt werden, so soll man Obacht haben, in welcher Zahl die vornehmste Gattung größer sey, dieselbige nämlich wird in den obern Platz gesetzet, und alsdann subtrahirt, obschon hernach alle übrige Theile in dem snbtrahendo größer wären, als die, so oben stehen. Man macht hier abermal bey der kleinsten Gattung den Anfang zu subtrahiren. Nebst dem ist noch zu merken. Wenn die Ziffer in dem Subtrahendo größer wäre, als die obere, von der man subtrahiren will, und also von der obern vorhergehenden Gattung eines entlehnen müßte, so geltete dieses entlehnte eins für soviel Einfache, als es von der kleinern Gattung zu der es gesetzet wird, in sich enthält, und also die obere Zahl, zu welcher es gebracht um eben soviel vermehret; als: wenn ein Gulden zu der Stelle der Groschen gebracht wird, so wird die obere

Zahl der Groschen um 20 Einser vermehret; zum Zeichen, daß von der vordern Zahl eines genommen sey, wird dieselbe mit einem Punkte oder Tüpflein bemerket. In dem folgenden ersten Beyspiele stehen 3 unter 2 Pfenningen, von welchen also nicht kann abgezogen werden, muß also ein Kreuzer von der vordern Zahl entlehnet, und in die Zahl der Pfenninge gebracht werden, allwo dieser hernach viere gilt, wie in der Tabelle zu sehen, diese 4 und 2, so schon vorher gewesen, geben 6 Pfenninge; 3 also von 3 abgezogen bleiben noch 3 Pfenninge übrig, diese werden hernach vor den Rest der Pfenninge gesetzet. Bey der folgenden Gattung, nämlich der Kreuzer, ist nichts vorhanden, weil nur einer dagewesen, und solcher entlehnet worden, es wird deßwegen von den Groschen einer entlehnet, welcher in der Zahl der Kreuzer 3 gilt: 2 also von 3 abgezogen verbleibet noch ein Kreuzer übrig. Wiederum, 19 von 7 Groschen können nicht abgezogen werden, es muß also 1 fl. entlehnet, und zu der Zahl der Groschen gesetzet werden, allwo er die Zahl der Groschen um 20 vermehret, weil 1 fl. zwanzig Groschen in sich enthält: und ist alsdann die Zahl der Groschen 27, von welchem 19 abgezogen werden, so ist der Rest 8 Groschen, endlich 90 fl. von 123 abgezogen verbleiben noch 33 fl. auf solche Weise wird auch in den übrigen Beyspielen gehandelt.

	Gl.	Gr.	Kr.	Pf.
Einnahme	124·	8·	1·	2
Ausgabe	90	19	2	3
Rest.	33	8	1	3

	Zent.	Pf.	Loth.	Quint.
Paulus kauft	20·	38·	14·	2
verkauft wieder davon	13	59	25	3
verbleibt ihm noch	6	78	20	3

	Klafter.	Schuh.	Zoll.	Linie.
Auszugraben sind gewesen	60·	3·	8·	7
davon sind abgegraben worden	46	5	9	11
verbleiben also noch abzugraben	13	3	10	8

	Metzen.	Vierling.	Achtel.
Ein Bauer hebt an Getreid auf	58	3·	1
hingegen hat er ausgesäet	4	2	3
verbleibt ihm also Gewinn	54	0	0

5. Die grössere Gattung wird zu einer kleinern gebracht, wenn sie durch eben soviel Einfache multiplicirt wird, als viel Einfache von der kleinern in einer einzigen von der grössern Gattung enthalten sind. Daher wird ein Gulden zu Kreuzer gebracht oder gemacht, wenn man denselben durch

durch 60 multiplicirt: ein Schuh, zu Zoll, wenn man denselben durch 12, zu Linien, wenn man denselben durch 144 multiplicirt. 3 Gulden durch 60 multiplicirt und zu Kreuzer gemacht, so kommen 180 heraus; 6 Schuhe zu Linien zu machen, wird multiplicirt durch 144 und kommen sodann 864 Linien heraus ꝛc.

6. Die kleinere Gattung wird zu der größern gebracht, wenn die kleinere durch soviel Einfache dividirt wird, als viel Einfache von der kleinern, in einer einzigen von der größern Gattung enthalten sind: daher werden die Kreuzer zu Gulden gemacht, wenn die Kreuzer durch 60 dividirt werden, weil ein Gulden 60 Kreuzer in sich enthält; also 420 Kreuzer enthalten 7 Gulden, dann der Quotus, so in der Division durch 60 herauskömmt, ist 7; wenn etwas aus der Division übrigbleibt, so ist solcher Rest ebenderselben Gattung, wessen der Dividendus ist. Als 345 Pfund enthalten 3 Zentner und 45 Pfund. 2445. Pfenninge enthalten in sich 10 fl. und 45 Pfenninge, diese 45 Pfenninge aber 11 Kreuzer und einen Pfenning, wenn man nämlich 2445 Pfenninge durch 240, dann so viele Pfenninge hat 1 Gulden, dividirt, 45 aber durch 4, weil ein Kreuzer 4 Pfenninge hat.

Drittes Kapitel.

Von der Multiplication und Division der Zahlen von ungleicher Gattung.

7. Wenn Zahlen von ungleicher Gattung zu multipliciren, oder zu dividiren vorkommen, so wer-

werden alle Zahlen, sowohl des Multiplicandi als Multiplicators, des Dividendi wie auch des Divisors, zu der kleinsten Gattung gemacht, das Factum aber, oder der Quotus wiederum zu seinen Gattungen. Zum Beyspiele: Es wären 6 Personen, einjede deren sollte geben 2 fl. 36 Kreuzer und 2 Pfennige: nun ist die Frage, wie groß die ganze Summe seye? dieses zu erfahren müssen alle Zahlen (wie schon gesagt) nämlich die Geld anzeigen, zu der kleinsten Gattung, das ist, zu Pfenninge gemacht werden. Als: 2 Gulden, so der Theil einer Person ist, haben 480 Pfenninge, die 36 Kreuzer 144, nämlich, wenn man den Gulden mit 240, die Kreuzer aber mit 4 multiplicirt; nachdem man die Pfenninge 480 und 144 wie auch 2 ordentlich untereinander gesetzet hat so ist die Summe 626. Diese Summe, da sie durch 6, welches durch die Zahl der Personen ist multiplicirt worden, so ist die ganze Summe der zusammen gebrachten Pfenninge 3756; die durch 240, weil ein Gulden soviel Pfenninge hat, dividirt, so ist der Quotus 15 Gulden und 156 Pfenning, diese Pfenninge abermal durch 4, dann soviel Pfenninge hat ein Kreuzer, dividirt, so ist der Quotus 39 Kreuzer mithin alle 6 Theile zusammen, geben in Summe 15 Gulden 39 Kr.

8. Es ist eben nicht nothwendig, daß die größere Zahlen zerfället und in die kleinere, und alsdann wenn alle Zahlen in der kleinsten sind, erst wiederum in ihre Klassen gebracht werden müssen: sondern es kann eine jedwedere Gattung durch die gegebene Zahl insonderheit multiplicirt,

und ein jedwederes Factum zu der größern vorhergehenden Gattung insonderheit gebracht werden. Als, in dem vorigen Beyspiele: wenn man jede Gattung insonderheit multiplicirt, so kommen 12 Pfenninge, 216 Kreuzer, und 12 Gulden heraus; alsdann macht man die 12 Pfenninge zu Kreuzer und kommen 3 heraus, diese werden zu der Klasse der Kreuzer gebracht, so zusammen 219 Kreuzer machen, alsdann werden diese Kreuzer zu Gulden gemacht und kommen 3 Gulden 39 Kreuzer heraus, ist also wiederum die ganze Summe 15 und 39 Kreuzer, wie vorher.

9. Gesetzt, es wären 90 Gulden und 48 Kreuzer unter 12 Armen auszutheilen; nachdem man die Gulden zu Kreuzer gemacht, da nämlich 90 durch 60 multiplicirt worden, so ist die, die der Kreuzer 5400, die 48 dazu gezählt so sind 5448 Kreuzer, diese wenn sie mit 12 (als Personen) dividirt worden, so geben sie zum Quotum 454 Kreuzer, diese, da man sie durch 60 dividirt, und abermal zu Gulden macht, geben zum Quotum 7 fl. und 34 Kreuzer; damit diese abgesönderte Divisions Beyspiele durch die Division können aufgelöset werden, ist nothwendig, daß man zuvor eine Erkenntniß der Brüche habe.

10. Was einigen in diesen Handlungen einen Zweifel verursachen könnte, ist folgendes: sie sehen nämlich, daß, wenn sie 2 Gulden durch 3 multipliciren, daß ein Factum heraus komme von 6 Gulden; wenn sie aber 2 und 3 Gulden zu Kreuzer machen, jene nämlich zu 120 diese aber zu 180 und multipliciren daß ein Factum

ctum von Kreuzern heraus komme von 21600, welche dem Werthe nach gleich ist 360 Gulden. Sie sollen aber auf dieses allein Acht haben, daß das Multipliciren nichts anders sey, als eine Zahl so oft setzen, soviel Einfache in dem Multiplicator enthalten seyn. Daher kann, eigentlich zu reden, keine Multiplication der Gulden durch Gulden geschehen, denn der Multiplicator zeiget nur an, wie oft man den Multiplicandum setzen könne, oder wie oft die gegebene Zahl der Gulden zu nehmen sey. Da ich derohalben 3 Gulden durch 2 Gulden multiplicire, so setze ich 2 die gegebene Zahl der Gulden 3 mal, hingegen aber bey der andern Handlung wird ebendieselbe Guldenzahl nicht 3 mal, sondern hundert und 80 mal sich zugesetzet, welches freylich eine größere Summe hervor bringen muß. Ein anders ist ein regelmäßiges Verhältniß, allwo zu den gegebnen Zahlen eine ähnliche Zahl gesucht wird, denn alldort wird nach der Multiplication die Division abermal vorgenommen, und wird bey der Handlung nicht auf die Bedeutung der Sätze, sondern nur auf den Werth der Zahlen gesehen. Wenn zuweilen dennoch diese Multiplication vorgenommen wird, so ist das Factum, so davon heraus kömmt, eines größern Werthes, nämlich es ist vierfach, wie man es in der Geometrie erkläret, dann Zoll durch Zoll multiplicirt machen vierfache Zolle, welches aber bey der Münze nicht geschehen kann.

Drit-

Dritter Theil.

Von den Brüchen.

Erstes Kapitel.

Von der Erkenntniß der gemeinen Brüchen, und deren Werthe.

1. Eine jedwedere Einheit, oder ein jedwederes Ganze, als ein zertheilendes Ding, kann in einer gewissen Zahl der Theile betrachtet werden. Wenn aus solcher Zahl der Theile ein oder mehrere Theile vorkommen, so machen sie einen Bruch, wie man es zu nennen pflegt, oder eine zerbrochne Zahl aus. Daher ist der Bruch ein Theil eines Ganzen, oder einer Einheit, folglich dem Werthe nach weniger als eine Einheit. Zum Beyspiele: eine Elle ist etwas Ganzes, welche wir gemeiniglich in vier Viertel abtheilen, einen jeden aus diesen Theilen nennen wir ein Viertel; zwey Theile, zwey Viertel; drey Theile, drey Viertel. Einen Gulden theilen wie in sechzig Theile, deren ein jeder

jeder der sechzigste Theil eines Gulden kann genennet werden, welchen wir aber gemeiniglich einen Kreuzer nennen.

2. Ein jedwederer Bruch bestehet aus zwo Zahlen, welche von einem Querstrichlein also unterschieden werden muß, daß eine oben, die andere unten zustehen kömmt, als zum Beyspiele wie hier $\frac{1}{3}$. Die Zahl, so ober dem Strichel steht wird der Zähler, die aber unter demselben stehet der Nenner genennet. Der Nenner hat daher seinen Namen, weil er anzeiget, in wie viel Theile das Ganze getheilt seye, der Zähler aber zeiget, wie viel solcher Theile genommen werden. Als in diesem Bruche $\frac{32}{100}$ zeiget der Nenner, daß das Ganze, von dem die Rede ist, in hundert Theile sey getheilet worden, der Zähler aber zeiget, daß man 32 solche Theile nehmen könne.

3. Es ist entweders Fractio propria ein eigentlicher, oder Fractio impropria ein nicht eigentlicher Bruch; Fractio simplex ein einfach glatter, oder fractio Composita ein aus einem andern gemachter Bruch.

4. Fractio propria oder ein eigentliche Bruch ist, dessen Zähler kleiner als der Nenner: Fractio impropria ein nicht eigentlicher Bruch ist, dessen Zähler größer als der Nenner, oder demselben gleich ist; denn wenn mehrere Theile genommen werden, als in dem Ganzen sind, wenn es getheilet ist, so hat man mehrers als ein Ganzes, welches wieder die Eigenschaft eines Bruches ist.

5. Sim-

5. Simplex Fractio oder glatthin einfacher Bruch hat nur einen Zähler und einen Nenner, als, $\frac{2}{3}$, $\frac{10}{17}$ und so fort. Composita oder ein aus andern Brüchen gemachter Bruch, welcher deßwegen auch fractio fractionis genennet wird, wird aus mehrern Einfachen gemacht, als $\frac{2}{3}$ von $\frac{1}{2}$ zum Beyspiele: von einer halben Maaß Wein wären wieder drey Theile zu nehmen.

6. Propria simplex oder ein einfacher Bruch kömmt in einer Division gar oft vor, als wie wir in dem letzten Kapitel des ersten Theiles gesehen haben. Denn, da der Divisor nicht ordentlich so oft in dem Dividendo enthalten ist, so bleibt zu letzt ein Rest übrig, welches der Zähler des Bruches wird, der Divisor aber der Nenner; als: wenn 26 durch 3 soll dividirt werden, so wird $8\frac{2}{3}$ der Quotus seyn. Daher kann ein jeder Bruch gleich einer Division angesehen werden, allwo nämlich der Zähler der Dividendus, und der Nenner der Divisor ist, wenn also eine Fractio impropria vorkömmt als $\frac{16}{4}$ oder $\frac{5}{5}$, so kann durch den Zähler dividirt werden, und in dem ersten Bruche werden 4, in dem zweyten 1 Ganzes seyn.

7. Wenn die Brüche einen gleichen Zähler haben, so ist jener der größere, oder eines größern Werthes, dessen Nenner kleiner ist. Wenn aber die Zähler gleich wären, so ist jener Bruch der größere dessen Zähler größer ist; also ist $\frac{1}{2}$ größer, als $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{20}$ eines Gulden ist mehr, als $\frac{3}{60}$. Hingegen ist gleichfalls größer $\frac{3}{4}$ als $\frac{1}{4}$; $\frac{7}{8}$ ist auch größer als $\frac{5}{8}$. Wenn aber sowohl der Zähler, als der Nenner ungleich ist, so ist jener

ner Bruch der größere, dessen Zähler, wenn er durch den Nenner des andern Bruches multiplicirt wird, ein größeres Factum giebt. Also ist $\frac{7}{8}$ größer als $\frac{2}{3}$ weil 7 durch 3 multiplicirt ein größeres Factum, nämlich 21 giebt, als 8 durch 2 so nur 16 giebt. Die Ursache alles dieses ist, weil, jeweniger die Theile sind, desto mehrer müssen genommen werden, damit aus beyden Ganzen derselbe Größe erhalten werde.

8. Jene Brüche sind gleich, deren Zähler gleich in ihren Nennern enthalten sind, als; $\frac{1}{2}$, und $\frac{3}{6}$; also auch $\frac{8}{24}$, $\frac{1}{3}$, und $\frac{90}{270}$. In den ersten zwey sind die Zähler in ihren Nennern zweymal, in den letztern aber dreymal enthalten.

9. Wenn nebst dem Bruche ein Ganzes vorhanden wäre, so wird solches Nummerus mixtus oder eine gemischte Zahl genennet; daher ist dieses $8\frac{2}{3}$ eine gemischte Zahl.

Zweytes Kapitel.

Von unterschiedlichen reductionibus oder Zurückbringungen der Brüche.

10. Das ganze zu einem Bruche zu machen. Unter das Ganze gleichsam als unter den Zähler wird ein Einfaches, das ist, ein Einser gesetzet, welches alsdann der Nenner ist. Also aus 8 wird $\frac{8}{1}$; weil eine jede Zahl, wenn der Werth nicht verändert worden, durch 1 kann dividirt werden; und der Quotus wird allezeit dem Dividendo gleich seyn.

11. Das

11. Das Ganze zu einem Bruche des gegebenen Nenners zu machen. Es wird das Ganze durch den gegebenen Nenner multiplicirt, das Factum wird alsdann der Zähler, diesem wird der gegebene Nenner unterschrieben. Als: 8 wird zu dem Bruche des Nenners 60 gebracht, wenn 8 durch 60 multiplicirt, und unter das Factum 480 der vorige gegebene Nenner 60 geschrieben wird, nämlich $\frac{480}{60}$; die Ursache ist, weil die Geltung der Zahl, wenn sie durch eben das dividirt wird, durch was sie multiplicirt worden, nicht verändert wird. Denn 480 durch 60 dividirt (welches der Bruch anzeiget) ist 8 gleich.

12. Numerum mixtum oder eine gemischte Zahl zu einem Bruche zu bringen. Das Ganze wird durch den Nenner des beygesetzten Bruches multiplicirt, und dem herauskommenden Facto wird der Zähler des Bruches beygesetzet, aus dieser Summe wird alsdann ein neuer Zähler, welchem der vorige Nenner unterschrieben wird. Also wird $10\frac{4}{5}$ zu $\frac{54}{5}$ gebracht, weil 10 durch 5 multiplicirt 50 giebt, und nachdem der Zähler 4 dazu gezählet, so werden 54; $18\frac{3}{4}$ giebt $\frac{75}{4}$. Die Ursache erhellet aus der addition der Brüchen.

13. Fractionem impropriam oder einen nicht eigentlichen Bruch zu dem Ganzen zu machen. Dividire den Zähler durch den Nenner, der Quotus wird alsdann das Ganze, oder Numerum mixtum eine gemischte Zahl geben. Als $\frac{48}{6}$ ist gleich 8. Und $\frac{100}{10}$ ist gleich 10. Und $\frac{45}{7}$ ist gleich $6\frac{3}{7}$.

14.

14. Fractionem compositam oder einen aus andern Brüchen gemachten Bruch zu einem simplicem oder glatten Bruche zu machen. Die Zähler selbst untereinander multiplicirt, geben den neuen Zähler, und die Nenner in sich selbst multiplicirt, geben den neuen Nenner. Als $\frac{1}{2}$ von $\frac{3}{4}$ wird zu diesem $\frac{3}{8}$ einfachen Bruche gebracht; und $\frac{1}{4}$ von $\frac{5}{12}$ und von $\frac{7}{20}$ zu $\frac{35}{960}$.

15. Fractionem simplicem einen glatten Bruch zu einem andern zu bringen, von der es nur den Nenner allein giebt. Da das Fundament diese Frage zu beantworten aus der Regula proportionum abhangend, so will ich diese bis dorthin ersparen, allwo ich zugleich die Weise erklären werde, den Werth eines jeden Bruches in jedem Theile eines Ganzen, sey es hernach in Münz= oder Maaßerey oder was anders rc. auszudrücken.

16. Brüche die zerschiedene Nenner haben, zu Brüchen, die einerley Nenners sind, zu machen. Es wird der Zähler eines jeden Bruches in alle Nenner, nur nicht in den eigenen genommen, also zwar, daß das Factum aus dem Zähler des ersten, und aus dem Nenner des zweyten Bruches multiplicirt wird durch den Nenner des dritten Bruches, dieses wiederum durch den Nenner des vierten, und so weiter; der Zähler des zweyten Bruches wird multiplicirt durch denn Nenner des ersten, dritten, vierten Bruches rc. ein jedweders Factum aus einem Zähler und Nennern anderer Brüchen wird der Zähler desselben Bruches, dessen Zähler ist

multiplicirt worden. Hernach werden alle Nenner zusammen multiplicirt, und das Factum, so heraus kömmt, wird alsdann der allgemeine Nenner. $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$ werden zu einem Nenner gebracht, wenn man sagt 2 mal 4 geben 8, welches der Zähler des ersten: und 3 mal 3 geben 9 so der Zähler des zweyten Bruches ist: endlich 3 mal 4 geben 12, dieses ist der allgemeine, und beyden Zählern ihr Nenner; und können die zu gleichen Nennern gebrachte Brüche also zu stehen $\frac{8}{12}$ und $\frac{9}{12}$ oder $\frac{8\,9}{12}$. Diese Brüche $\frac{3}{7}$, $\frac{2}{3}$, und $\frac{4}{5}$ werden zu einem gleichen Nenner gebracht, wenn man sagt 3 mal 3 geben 9, und 9 durch 5 multiplicirt giebt 45, welches der Zähler des ersten Bruches ist: alsdann wird 2 durch 7 multiplicirt, welches 14 giebt, 14 aber durch 5 so 70 giebt, welches der Zähler des zweyten Bruches ist; darnach wird 4 durch 7, so 28 giebt, 28 aber durch 3 multiplicirt wovon man 84 bekömmt, als nämlich den Zähler des dritten Bruches. Dann der Zähler des ersten Bruches, so in den Nenner des zweyten und dritten Bruches genommen, giebt den Zähler des ersten: der Zähler des zweyten Bruches, so in den Nenner des ersten und dritten genommen, giebt den Zähler des zweyten: und der Zähler des dritten Bruches, so in den Nenner des ersten und zweyten Bruches genommen, giebt den Zähler des dritten Bruches. Den allgemeinen Nenner aber giebt das Factum, so heraus kömmt, da 3 durch 7 so 21 ist, 21 aber durch 5 multiplicirt worden, wovon 105 erhalten wird. Daher kommen die zu gleichen Nenner gemachte

Brüche zu stehen, also $\frac{45}{105}$, $\frac{70}{105}$, $\frac{84}{105}$ oder $\frac{45\ 70\ 84}{105}$.

17. Es kann auch die Handlung auf folgende Art vorgenommen werden: man suchet zu erst, wie zuvor, den allgemeinen Nenner durch die Multiplication aller Nennern. Der Zähler des ersten wird durch den allgemeinen Nenner multiplicirt, und das Factum wird durch den Nenner des ersten Bruches dividirt, und der Quotus wird alsdann der Zähler des ersten Bruches, und auf solche Weise wird der Zähler des zweyten, dritten, vierten ꝛc. Bruches gesucht; Wenn wir das vorige Beyspiel nehmen, so wird 105 zum allgemeinen Zähler, und wenn dieser abermal durch den Zähler des ersten Bruches 3 multiplicirt wird, so bekömmt man das Factum 315 dieses, da es durch den Nenner 7 des ersten Bruches dividirt wird, giebt diesen Quotum 45 und ist der erste neue Zähler, wie zuvor; also handelt man mit den übrigen $\frac{3}{8}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{7}$, geben $\frac{105\ 112\ 200}{280}$ $\frac{9}{10}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{5}{6}$ geben

$\frac{648\ 420\ 600}{720}$.

18. Da einige Brüche, so auch mit den allergrößten Zahlen ausgedrücket werden, öfters einem Bruche gleich sind, welcher sowohl in dem Zähler, als auch in dem Nenner nur eine Ziffer, und zwar eines geringen Werthes, hat, (§. 8.) so können solche Brüche, ohne ihren Werth zu verlieren mit kleineren Zahlen ausgedrü-

gedrücket werden, jene Zahl aber, welche sowohl den Zähler als den Nenner ordentlich dividirt ohne etwas überzubleiben, wird die allgemeine größte Maaß genennet.

19. Einen Bruch zu den kleinsten Zahlen zu bringen, oder dessen allgemeine größte Maaß zu finden. Die größere Zahl wird durch die kleinere dividirt, wenn kein Rest übrig ist, so ist der Zähler die allgemeine Maaß, durch welche alsdann sowohl der dividirte Zähler, als Nenner die Quotos geben, welche hernach den Bruch in den kleinsten Zahlen ausmachen. Also $\frac{7}{56}$ wird zu den kleinsten Zahlen gebracht, wenn 56 durch 7 dividirt wird, und weil nichts übrig bleibt, so ist 7 die allgemeine Maaß, oder der Theiler, durch welchen der getheilte Zähler zum Quotum 1 giebt, und der getheilte Nenner 8, ist also der neue Bruch, der dem vorigen gleich ist $\frac{1}{8}$; $\frac{5}{30}$ ist gleich $\frac{1}{6}$; $\frac{8}{72}$ ist gleich $\frac{1}{9}$.

20. Wenn nach der ersten Division etwas übrig geblieben wäre, so wird die Division also fortgesetzet, daß allezeit der vorhergehende Divisor der Dividendus wird, der Rest aber wird der Divisor, und dieses so lang, bis nichts mehr übrig geblieben, wenn denn dieses erhalten worden, so ist derselbige letzte Theiler allezeit der allgemeine Theiler, durch welchen der getheilte Zähler den kleinsten Zähler, und der getheilte Nenner den kleinsten Nenner giebt.

Gesetzt, es sollte zu den kleinsten Zahlen gebracht werden dieser Bruch $\frac{252}{315}$. so muß erstlich 315 durch 252 dividirt werden, nach der allgemei-

gemeinen Regel der Division, nach vollendeter Division bleibt übrig 63, welches bey folgender Handlung der Theiler wird, der vorige Divisor aber 252 wird der Dividendus. Wenn also 252 durch 63 dividirt worden, so bekömmt man zum Quotum 4, und nachdem man multiplicirt und dividirt hat, so verbleibet nichts, ist also der letzte Theiler 63.

```
 315 (1
 252
 252
──────
  63
. . . . . .
 252 (4
  63
 252
──────
  0
```

Der allgemeine oder general Theiler, (denn auf den Quotum giebt man niemals Achtung,) durch welchen der getheilte Zähler 252, giebt 4 zum Quotum als den neuen Zähler, und der Nenner 315 durch eben die 63 dividirt giebt zum Quotum 5, als den neuen Nenner, ist also dieser Bruch $\frac{252}{315}$ in der kleinsten Zahl $\frac{4}{5}$. Wenn dieser Bruch sollte verkleinert werden $\frac{189}{513}$, so dividirt man 513 durch 189, allwo übrig verbleibet 135. Der folgende Dividendus ist der vorige Divisor 189, der Divisor aber ist der Rest 135. Nachdem wiederum dividirt ist worden, hat man zum Rest 54, welches der folgende Divisor wird, und der vorige Divisor 135 wird itzt der Dividendus. Nach dieser Division

erhält man zum Reste 27, wenn durch diese der vorige Divisor, nämlich 54, dividirt ist worden, so verbleibet nichts übrig; ist also das allgemeine Maaß oder Theiler 27, durch welchen der getheilte Zähler 189 zum Quotum giebt 7, und der durch eben die 27 getheilte Nenner giebt zum Quotum 19, ist also dieser Bruch $\frac{189}{513}$ in den kleinsten Theilen $\frac{7}{19}$.

513 (2
189
378
———
135
. . . . . .
189 (1
135
135
———
54
. . . . . .
135 (2
54
180
———
27
. . . . . .
54 (2
27
54
———
0

Ist daher wohl acht zu geben, daß die Divisiones partiales wohl gemacht werden; dann es wird nicht erfodert, daß nur ein Quotus müsse herauskommen, es können zu weilen auch meh-

rere seyn, besonders wenn der Zähler viel kleiner ist, als der Nenner, daher, wenn ich diesen Bruch $\frac{6}{264}$ verkleinern will, so erhalte ich, da der Nenner durch den Zähler dividirt wird, zwey Quotos, dann es wird der letzte Rest, so gesucht wird, nicht gefunden, wenn nicht durch alle Ziffern des Dividendi dividiret wird.

21. Wenn man auf obbesagte Weise die Divisiores wiederholet hat, und der letzte Rest ein Einser seyn sollte, so ist es ein Zeichen, daß derselbe Bruch nicht könne verkleinert werden.

22. Durch die vorhergehende Regeln werden diese Brüche also verkleinert: $\frac{255}{663}$ zu $\frac{5}{13}$. $\frac{481}{629}$ zu $\frac{13}{17}$. $\frac{171}{399}$ zu $\frac{3}{7}$. $\frac{83}{415}$ zu $\frac{1}{5}$. $\frac{6}{264}$ zu $\frac{1}{44}$.

23. Weniger ist die Mühe, wenn in dem Zähler sowohl, als in dem Nenner eine, oder mehr Nullen sind, nachdem eine gleiche Zahl der Nullen davon genommen worden, so ist der Bruch in wenigen Ziffern in dem Werthe soviel, als er zuvor in vielen gewesen. Als: aus $\frac{60}{90}$ wird $\frac{6}{9}$. Aus $\frac{100}{150}$ wird $\frac{10}{15}$. Aus $\frac{700}{9000}$ wird $\frac{7}{90}$.

24. Wenn zugleich in dem Zähler und Nenner eine 0 Nulle, oder ein 5 ist, so ist das allgemeine Maaß oder Divisor allezeit 5. Also $\frac{5}{5}$ wird durch 5 zu $\frac{1}{1}$ gebracht. $\frac{125}{450}$ wird vermittelst der Division durch 5 zu $\frac{25}{90}$ verkleinert, dieses abermal durch 5 getheilt, so kömmt $\frac{5}{18}$ heraus.

25. Wenn an dem Ende des Zählers und zugleich des Nenners eine gerade Zahl wäre, das ist, 2, oder 4, oder 6, oder 8, oder auch eine 0 Nulle, so können beyde, sowohl der Zähler als der Nenner, durch 2 dividirt werden. Deß-

wegen wird aus $\frac{2}{4}$ $\frac{1}{2}$; aus $\frac{6}{18}$ wird $\frac{3}{6}$; aus $\frac{192}{256}$ werden diese folgende Halbirungen $\frac{96}{128}$, $\frac{48}{64}$, $\frac{24}{32}$, $\frac{12}{16}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{3}{4}$, denn weil ein jeder dieser Brüche an dem Ende eine gerade Zahl ist, so kann die Division durch 2 immer fortgesetzet werden.

26. Sowohl in diesem als in den folgenden Handlungen, wenn Numerus mixtus eine gemischte Zahl, oder fractio fractionis ein Bruch eines Bruches vorfallen sollte, so werden sie zuvor zu Fractiones simplices gebracht, (wie §§. 12 und 14 gelehrt worden) und alsdann wird erst nachgegebnen Regeln gehandelt.

Drittes Kapitel.

Von der Addition in Brüchen.

27. Wenn die gegebene Brüche nicht einerley Nenner haben, so müssen sie zuvor (wie §. 16. zu ersehen) zu einerley Nenner gemacht werden, alsdann werden die Nenner zusammen addirt, und unter die Summe aller Zählern wird hernach der allgemeine oder general Nenner gesetzet. Als $\frac{2}{5}$ und $\frac{4}{5}$ machen $\frac{6}{5}$; $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$ nachdem sie zu einerley Zähler gemacht worden machen $\frac{8}{12}$ und $\frac{9}{12}$; und nachdem die Zähler 8 und 9 zusammen addirt worden, so giebts $\frac{17}{12}$. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$ und $\frac{2}{7}$, wenn sie zu addiren wären, so müssen sie zuvor zu einem gleichen Nenner gemacht werden, nachdem dieses geschehen, so kommen sie also $\frac{35}{70}$, $\frac{42}{70}$ und $\frac{20}{70}$. Die Summe dieser Brüche wird seyn $\frac{97}{70}$. $8\frac{1}{2}$ zu $6\frac{3}{4}$ addirt (durch §. 12.) giebt $\frac{17}{2}$, und $\frac{27}{4}$, diese zu (§. 16.) gleichen Nennern gemacht

macht geben $\frac{68}{8}$ und $\frac{54}{8}$. Die Zähler zusammen addirt so ist die Summe zusammen $\frac{122}{8}$, dieser Bruch, wenn er nach Anweisung (§. 13.) zu Ganzen gemacht wird, so giebt er 15 Ganze und $\frac{2}{8}$ oder $\frac{1}{4}$. Es können auch bey der Addition die Ganze zu den Ganzen, die Brüche zu den Brüchen gesetzet, und jede Sorte besonders addiret werden, allwo alsdann die Summe der addirten Brüchen, wenn es Fractiones impropriá sind, (§. 13.) zu Ganzen muß gemachet, und die daraus bekommene Ganze zu der Summe der Ganzen gesetzet werden: als, in dem vorigen Beyspiele haben wir gehabt: $8\frac{1}{2}$ und $6\frac{3}{4}$, die Ganzen machen 14 und die Brüche $\frac{10}{8}$, wenn man nämlich 8 zu 6, und $\frac{1}{2}$ zu $\frac{3}{4}$ setzet, $\frac{10}{8}$ aber enthält ein Ganzes und $\frac{2}{8}$ also dieses Ganze zu den 14 gebracht, so bekömmt man $15\frac{2}{8}$. Welches auch in den nachfolgenden Handlungen zu beobachten ist.

Viertes Kapitel.

Von der Subtraktion in Brüchen.

28. Wenn die gegebene Brüche nicht einen gleichen Nenner haben, so werden sie dazu gemacht, und der kleinere Zähler wird von dem größern abgezogen, der Rest ist alsdann der gesuchte Unterschied, welchem der allgemeine Nenner unterschrieben wird. Also $\frac{2}{5}$ von $\frac{4}{5}$ verbleibt $\frac{2}{5}$. $\frac{2}{3}$ abgezogen von $\frac{5}{6}$ verbleibt $\frac{3}{18}$; Dann nach Anweisung (§. 16.) kommen $\frac{12}{18}$ und $\frac{15}{18}$ heraus und der kleinere von dem größern Zähler abgezogen

zogen verbleibt $\frac{3}{18}$. Wenn $\frac{2}{3}$ von $2\frac{1}{2}$ soll abzogen werden, so wird zu erst nach Anweisung (§. 12.) aus $2\frac{1}{2}$, $\frac{5}{2}$ alsdann (§. 16.) $\frac{4}{6}$ und $\frac{15}{6}$, endlich $\frac{4}{6}$ von $\frac{15}{6}$ verbleibt $\frac{11}{6}$, welches nach Anweisung (§. 13.) ist $1\frac{5}{6}$.

Fünftes Kapitel.

Von der Multiplication in Brüchen.

29. Die Zähler werden untereinander multiplicirt, das Factum ist alsdann der Zähler des neuen Bruches; Es werden auch die Nenner untereinander multiplicirt, und das Factum ist hernach der Nenner des neuen Bruches. Als: es sollen diese Brüche multiplicirt werden: $\frac{3}{4}$ in $\frac{7}{8}$, so geben sie dieses Factum $\frac{21}{32}$; $\frac{9}{15}$ in $\frac{2}{3}$, so geben sie das Factum $\frac{18}{45}$. Gesetzt es sollte 8 in $\frac{3}{4}$ multiplicirt werden, so wird nach Anweisung (§. 10.) $\frac{8}{1}$ in $\frac{3}{4}$ multiplicirt, und bekömmt man zum Factum $\frac{24}{4}$, das ist 6. Es soll $2\frac{1}{2}$ in $3\frac{3}{4}$ genommen, und multiplicirt werden, so bekömmt man (§. 12.) $\frac{5}{2}$ und $\frac{15}{4}$ und durch die Multiplication das Factum $\frac{75}{8}$, das ist $9\frac{3}{8}$.

Sechstes Kapitel.

Von der Division der Brüchen.

30. Wenn man einen Bruch durch den andern dividiren will, so versetzet man den kleinern Bruch, so der Divisor werden soll, also, daß

daß der Nenner oben, und der Zähler unten zu stehen kömmt, und wenn dieses geschehen, so multiplicirt man nach Anweisung (§. 29.) Als: es sollte $\frac{3}{4}$ durch $\frac{1}{2}$ dividirt werden, so kömmt, nachdem man den Divisor $\frac{2}{1}$ also verändert, und $\frac{3}{4}$ in $\frac{2}{1}$ multiplicirt hat, dieser Quotus heraus $\frac{6}{4}$, 4 alsdann in 6 dividirt so kömmt $1\frac{2}{4}$ oder $\frac{1}{2}$; wenn $\frac{4}{9}$ durch $\frac{2}{5}$ zu dividiren wären, so erhält man, nachdem $\frac{4}{9}$ durch $\frac{5}{2}$ multiplicirt worden, das Quotum $\frac{20}{18}$. Endlich, wenn $3\frac{1}{4}$ durch $\frac{2}{3}$ zu dividiren wären, so erhält man, nachdem $\frac{13}{4}$ in $\frac{3}{2}$ multiplicirt worden diesen Quotum $\frac{39}{8}$, das ist $4\frac{7}{8}$.

31. Die Proben aller dieser Handlungen, nämlich der Brüche, werden eben wie bey den Ganzen gemacht.

32. Vielleicht kann in diesen Handlungen etwas unerhörtes scheinen, daß aus der multiplication der Brüchen, dem Werthe nach, ein kleineres Factum, als jeden in das besondere, herauskomme, da doch bey der Multiplication der Ganzen das Gegentheil geschieht: Allein, da ist wiederum zu bedenken, daß das Multipliciren nichts anders sey, als den multiplicandum so oft setzen, so viel Einheiten in dem Multiplicator enthalten seyn; daher je kleiner der Multiplicator ist, desto kleiner ist das Factum, und wenn der Multiplicator so klein sollte werden, daß er einer Einheit gleich wäre, so wird das Factum auch so klein seyn, daß es dem Multiplicando gleich ist; wenn also der Multiplicator noch kleinere, als eine Einheit werden sollte, wie es zu geschehen pflegt in multiplicatore

tore Fracto in einem gebrochenen Multiplicator, so muß das Factum ebenfalls kleiner werden, als der Multiplicandus. Denn wenn der Multiplicator ein Einser ist, so wird der Multiplicandus einmal gesetzet, wenn er also kleiner werden sollte, als ein Einser, so kann der Multiplicandus nicht einmal gesetzet werden; muß derohalben ein kleiners Factum, als der Multiplicandus ist, hervorkommen.

33. Das Gegentheil geschiehet in der Division der Brüchen, allwo ein größerer Quotus hervorkömmt, als der Dividendus ist, die Ursache ist der vorigen gleich. Nämlich je größer Quotus aus der Division hervorkömmt, desto kleiner ist der Divisor, und gleichwie der Divisor abnimmt, also nimmt der Quotus zu, und wenn der Divisor einem Einser gleich ist, so ist der Quotus dem Dividendo gleich; Wenn also der Divisor noch kleiner werden sollte, als ein Einser, so muß der Quotus nothwendig größer werden, als der Dividendus seyn muß. Also: 20 durch 4 dividirt giebt zum Quotum 5, wird aber 20 durch 2 dividirt, so erhält man zum Quotum 10, nämlich einen größern, als zuvor; dividirt man es aber durch 1 so bekömmt man zum Quotum 20, dem Dividendo gleich; deßwegen, wenn 20 dividirt werden durch $\frac{1}{2}$, so weniger ist, als ein Ganzes, so muß man in dem Quoto mehrers, als 20 erhalten, nämlich 40.

Vierter Theil,

Von der Regula proportionum.

Erstes Kapitel.

Hauptsächliche Anmerkungen dieser Regel.

1. Die Regula proportionum lehret, zu drey gegebenen Zahlen die vierte zu finden, welche sich also gegen die dritte gegebene Zahl verhält, wie die andere gegen die erste: das ist: wenn die zweyte Zahl zwey oder oftermals die erste enthält, oder von ihr enthalten wird, so enthält die vierte ebenfalls so oft die dritte, oder wird von ihr enthalten. Also zu 8, 4, und 12 ist die vierte proportionalis oder gleichmäßig 6, weil, gleichwie 4 zweymal in 8, also 6 zweymal in 12 enthalten ist; Hat derowegen diese Regel von da ihren Namen erhalten; weil aber durch sie zu den schon bekannten drey Zahlen die vierte unbekannte gefunden wird, so wird sie (Regula detri) auch, wegen ihrem sehr großen Nutzen Regula Aurea, genennet.

2. Aus vier Sätzen dieser Regulä Aureä haben zwey unter einander allezeit einen gleichen Namen, oder, sie sind von einer Gattung, die übrige zwey aber haben wiederum einen gleichen Namen, aber sie haben eine von der vorigen zerschiedene Gattung. z. Beyspiel. Man setzete, daß 4 Personen in einem Monate 19 Gulden brauchen, und fraget, wie viel Gulden in gleicher Zeit 8 Personen brauchen; 4 und 8 sind einerley Namens, denn es bedeuten Personen; 19 aber hat einen gleichen Namen und Bedeutung mit der vierten zusuchenden Zahl, nämlich der Gulden.

3. Nebst dem verstehet man durch zween Sätze schon etwas geschehen zu seyn, durch den dritten aber wird nach einem Grundsatze gefragt, als, in dem vorigen Beyspiele: setzet man 4 Personen haben 19 Gulden ausgegeben, und wird gefragt, wie viel 8 Personen ausgeben.

4. Regula aurea ist entweders simplex einfach, oder composita mehrfach, deren eine jede entweders Directa geradehin, oder inversa verkehret ist.

5. Simplex ist sie, wenn man zu drey gegebenen Sätzen den vierten suchet; Composita aber, wenn man zu mehreren gegebenen Sätzen den Proportional- oder Vergleichungssatz suchet.

6. Directa ist sie, da der erste Satz zu dem zweyten sich so verhält, als wie der dritte zu dem vierten, das ist, wenn der zweyte Satz größer oder kleiner ist als der erste, so soll der vierte ebenfalls größer oder kleiner seyn als der dritte.

7. In-

7. Inversa oder verkehrt ist sie, da sich der erste Satz zu dem zweyten also verhält, als wie sich der vierte verkehrt gegen dem dritten verhält, das ist, da der vierte Satz durch die Frage um soviel kleiner seyn muß, als der dritte, um soviel der zweyte größer ist, als der erste, oder da der vierte um soviel größer seyn muß, als der dritte, um wie viel der zweyte kleiner ist, als der erste.

8. Wenn die Sätze recht gestellet und geordnet werden, so wird alle regula inversa, das ist verkehrte, in directam verändert.

9. Ob es directa oder inversa sey, muß die Vernunft selbsten entscheiden: Wenn nämlich, nachdem man den Grundsatz und Frage betrachtet hat, nachgedacht wird, ob auf selben Satz und Frage durch eine größere oder kleinere Zahl müsse geantwortet werden. In dem gegebenen Beyspiele, da mehrere Personen in die Frage kommen als 4, so müssen auch mehrere Gulden, als 19, bey gleicher Zeit ausgeleget werden, daher muß der vierte Satz größer seyn, als der dritte 19, als wie die Zahl der Personen 8 größer ist, als 4. Im Gegentheil aber, wenn man setzte, 8 Pferden sey eine gewisse Maaß Haber auf 12 Tage erklecklich, und wollte fragen, auf wie viele Tage eben selber Halber 16 Pferden erklecklich wäre, da nimmt ein jeder gewahr, daß eben derselbe Haber von 16 Pferden weniger Tage erklecke; muß also der noch unbekannte Satz der Tage weniger also 12 seyn, obschon die Zahl der Pferde ist vermehret worden. Daher ist dieses proportio inversa eine verkehrte

Setzung: mehrere Pferde verhalten sich zu wenigern Pferden, als wie sie die Tage, bey welchem der Haber vor weniger erklecket, zu Tage verhält, bey welchen er für mehrere erklecket. Nachdem man diese Betrachtung allezeit gemacht, werden alle Fragen durch die Regula directa aufgelöset.

10. Der Grund oder die Ursache alles dieses ist, weil die Sachen, welche durch Sätze in dieser Regel angedeutet werden, sich gleichmäßig sind, also sind proportionales oder gleichmäßig die Waaren dem Werthe, Personen der Arbeit, die Arbeit der Zeit ꝛc. nachdem also eines vermehret oder vermindert worden, so ist nothwendig, daß das andere auch vermehret, oder vermindert werde, nachdem die Waare vervielfachet oder vermehret worden, so muß auch der Werth vermehret worden, nachdem die Personen, so muß auch die Ausgabe vermehret werden, dieses geschieht in proportione Directa, oder bey der nicht verkehrten Setzung. Wenn aber bey einer vermehrten Quantität die andere vermindert, oder bey einer verminderten die andre vermehret wird, so ist es proportio inversa eine verkehrte Vergleichung, oder Setzung.

Zweytes Kapitel.

Von dem vierten Satze, den man in proportione simplici in der einfachen Vergleichung sie seye hernach directa oder inversa, finden will.

11. Die erste Regel. Den Satz, welcher mit dem vierten, so gesuchet wird, eines Namens

mens ist, oder einerley Gattung, setze an das dritte Ort, die andere zween Sätze aber die einerley Namens und Gattung sind, setze in das erste und zweyte Ort. Die zweyte Regel. Ob der vierte Satz kleiner werden müsse, als der dritte (§. 9.) wenn dieses ist, so setze aus den übrigen schon gegebnen den kleinern Satz in das zweyte Ort; wenn aber der vierte Satz grösser seyn muß, als der dritte, so muß ebenfalls der grössere, aus den zween schon gegebnen Sätzen, in das zweyte Ort, und der kleinere in das erste gesetzet werden. Die dritte Regel: multiplicire den zweyten Satz durch den dritten, und das Factum dividire durch den ersten Satz, und der herausgekommenen Quotus ist alsdann der vierte Satz, welcher ist gesucht, und die Frage aufgelößt worden.

12. Zum Beyspiele: zu 6 Blättern zu lesen habe ich 2 Stunden vonnöthen, wird gefragt, wie viel ich Stunden vonnöthen habe zu 360 Blätter zu lesen? Der vierte Satz, welcher gesuchet wird, sind Stunden, so muß derowegen der dritte auch der Satz der Stunden seyn: da der dritte und vierte Satz von einer Gattung sind, so wird also diese Zahl 2 in das dritte Ort gesetzet, das erste und andere Ort aber wird den Zahlen, welche Blätter anzeigen, behalten. Wenn also gefragt wird, ob man zu 360 Blätter mehrere Zeit anwenden müsse, als zu 6? So wirst du ohne allen Zweifel antworten, daß mehrere Zeit vonnöthen seye; muß daher der vierte Satz der Stunden grösser werden, als der dritte, und in den zweyten Platz muß die grö-

ßere Zahl der Blätter gesetzet werden, alsdann kömmt die Vergleichung also zu stehen:

Blätter,	zu Blätt.	alswie Stund.	zu Stund.
6	: 360	= 2	:

Nachdem man den zweyten und dritten Satz miteinander multiplicirt hat, nämlich 360, durch 2, so kömmt 720 heraus; dieses Factum, da es durch 6, als den ersten Satz dividirt worden, erhält man zum Quotum 120 Stunden, in welcher die 360 Blätter können gelesen oder beantwortet werden.

15. Eine richtige Probe dieser Handlung ist, wenn das Factum der mittern Sätzen, nämlich des zweyten und dritten, dem Facto der äußern Sätzen, gleich ist. Nämlich des ersten und letzten; als in dem gesetzten Beyspiele: wenn man 360 durch 2 multiplicirt, so erhält man zum Factum 720, und 6 durch 120 bekömmt man eben dasselbige Factum 720.

14. Wenn ein Buchdrucker in einem Blatte 24 Zeilen, oder Linien setzet, so füllt er mit dem ganzen Werke 70 Blätter an, wie viel füllt er Blätter an, wenn er in ein jedes Blatt 30 Linien setzet? 70 Blätter ist der dritte Satz, weil Blätter gesuchet werden, die Sätze aber der Linien kommen in das erste und zweyte Ort. Es fragt sich aber, ob man mehr oder weniger Blätter vonnöthen habe, wenn mehrere Linien auf ein Blatt gesetzet werden? Ohne Zweifel weniger; und muß deßwegen der vierte Satz kleiner, als der dritte seyn, folglich der zweyte kleiner, als der erste. Die Vergleich oder Setzung wird also zu stehen kommen.

Lin.

Lin.		Lin.		Blätt.		Blätt.
30	:	24	=	70	:	

Nachdem man die mittere zwey Sätze miteinander multiplicirt hat, so erhält man zum Factum 1680, dieses durch den ersten Satz 30 dividirt, so erhält man den gesuchten Satz, nämlich 56 Blätter.

15. Wenn solche Sätze vorkommen sollten, mit Zahlen von ungleicher Art, so werden sie zu der kleinsten Gattung gemacht (§. 6. und 7. des zweyten Theils.) Wenn aber Numeri mixti gemischte Zahlen da sind, so werden sie zu Fractiones simplices zu glatten Brüchen gemacht (§. 12. des dritten Theils.) Alsdann wird nach den gegebenen Regeln gehandelt.

16. 4 Personen gebrauchen zu ihrer Nothwendigkeit in einem Monate 19 fl. 30 kr. wie viel brauchen 8 Personen? Nachdem man 19 fl. zu Kreuzer gemacht, nämlich da die Gulden durch 60 multipliciret worden, so kommen 1140, und nachdem die 30 dazu gezählet 1170 Kreuzer heraus, da 8 Personen mehrer brauchen als 4 so kömmt die Setzung also zu stehen:

Pers.		Pers.		Kreuzer.		Kreuzer.
4	:	8	=	1170	:	2340

Nachdem 2340 Kreuzer zu Gulden gemachet worden, da sie nämlich durch 60 dividiret worden so kommen 39 Gulden.

17. Man kauft $3\frac{3}{4}$ Ellen und kosten 20 Gulden, nun fragt man was 1 Elle koste? Nachdem man die Gulden zu Kreuzer gemacht, so kommen 1200 Kreuzer, nachdem die gemischte Zahl der Ellen zu einem Bruche gemacht worden, so kömmt

 $\frac{15}{4}$,

$\frac{15}{4}$, und kömmt die ganze Vergleich- oder Setzung gleich einem Bruche zu stehen.

$$\frac{15}{4} : \frac{1}{1} = \frac{1200}{1} : 320$$

Denn nachdem die mittere Sätze multiplicirt worden, so kömmt dieses Factum $\frac{1200}{1}$ und nachdem dieses durch das erste getheilt, das ist, mit multipliciren durch $\frac{4}{15}$ so erhält man $\frac{4800}{15}$, welches, §. 13. des 3 Theils, gleich ist 320 Kr. welche, wenn sie zu Gulden gemachet worden, geben sie 5 Gulden, 20 Kreuzer.

18. Durch diese Regula proportionum Vergleichungsregel kann ein Bruch in den andern mit einem gegebnen verschiedenen Zähler, oder Nenner verändert werden, also, daß der Werth nicht verändert wird.

Wenn der Nenner zu dem gegebnen Zähler gesuchet wird, so ist die Proportion oder Vergleichung, als wie sich der Zähler des gegebnen Bruches zu seinem Nenner verhält, also verhält sich der gegebne Zähler des neuen Bruches zu dem Nenner, der gesuchet wird; Wenn zu dem gegebnen Nenner, der Zähler gesuchet wird, so geschieht dieses, als nämlich, wie sich der Nenner des gegebnen Bruches zu seinem Zähler, also verhält sich auch der gegebne Nenner des neuen Bruches zu seinem Zähler, der zu suchen ist. Denn wenn die Vergleichung der Zählern zu ihren Nennern gleich ist, so sind die Brüche gleich (§. 8. in dem zweyten Theile.)

19. Aus diesem erhellet die Weise, den Werth eines jeden Bruches in jeden Theilen eines Ganzen seye es hernach Münz, oder Messerey, auszudrücken. Denn jene Gattung, in welcher der

neue

Werth des Bruches gesuchet wird, wird der neue Nenner, zu welchem durch die vorhergehende Regel der Zähler gefunden wird. Also wenn $\frac{3}{4}$ eines Gulden in Kreuzer solle ausgedrückt werden, da ein Kreuzer der sechzigste Theil eines Gulden ist, oder $\frac{1}{60}$, wird zu dem Nenner 60 der Zähler gesuchet und die Proportio oder Vergleichung, 4 : 3 = 60 : zu dem vierten, welcher, nachdem man die mittere Sätze multiplicirt, und das Factum durch den ersten dividirt, erfunden wird, ist 45. Ist also $\frac{3}{4}$ gleich $\frac{45}{60}$, oder 45. Kreuzer. Wenn der Werth $\frac{4}{6}$ Schuhes in Zoll zu suchen ist, so muß zu dem Nenner 12, weil eine Zahl der zwölfte Theil eines Schuhes ist, der Zähler gesuchet werden, so 8 seyn wird; und ist $\frac{4}{6}$ gleich $\frac{8}{12}$, oder 8 Zoll.

20. Wenn nach gefundenem Werthe eines Bruches demselben wiederum ein Bruch in einer gewissen Gattung angehängt wäre, so wird dessen Werth in der kleinsten Gattung auf erst gegebne Weise gesuchet. Damit man den Werth von $\frac{5}{8}$ eines Gulden in Kreuzer erfahre, wird die Proportion oder Vergleichnng 8 : 5 = 60 : zu dem vierten, welcher 37 $\frac{4}{8}$, oder 37 Kreuzer und $\frac{4}{8}$ eines Kreuzers ist, gesuchet, und kann den Werth dieses Bruches in den Pfenningen, so der vierte Theil eines Kreuzers sind, gesuchet werden; daher 8 : 4 = 4 : 2, sind also 2 Pfenninge, welchen $\frac{4}{8}$ eines Kreuzers gleich sind, und der Bruch $\frac{5}{8}$ eines Guldens ist 37 Kreuzer und 2 Pfenninge.

Drittes Kapitel.

Von dem zufindenden Proportionalsatze in Regula composita oder doppelten Regel, seye sie hernach directa oder indirecta.

21. Die Regula composita oder doppelte Regeldetri hat gemeiniglich 5 Sätze, aus welchen einer eben desselben Namens und Gattung ist, den man suchet, aus den vier übrigen haben allezeit zween einen gleichen Namen und Gattung, als wenn man setzte, 4 Personen gebrauchen in 3 Monaten 57 Gulden, und wird gefragt, wie viel Gulden 8 Personen in 9 Monaten brauchen wurden; der Satz 57 hat eben den Namen und Gattung, als der, so gesuchet wird, denn die Zahl der Gulden wird gesuchet; die Sätze 4 und 8 haben einen gleichen Namen, nämlich Personen, wieder 3 und 9, diese haben den Namen der Monaten; nachdem die Sätze ordentlich gesetzet worden, wird die Frage durch die Regulam auream oder goldene Regel auf zweymal aufgelöset, und der vierte Satz, so aus dem zweyten hervorkömmt, antwortet der Frage.

22. **Regel.** Den Satz, der eines Namens ist mit dem, den man suchet, setze in das dritte Ort, in das erst und zweyte Ort ordne die zween Sätze, so eines Namens sind, mit ausgeschloßnen übrigen, so einer andern Gattung sind, welche gleichsam, als wenn sie nicht zu gegen, oder gleich

wären, betrachtet, und vor die zweyte Regulam auream behalten werden: das gegebne Beyspiel wird also gesetzet:

Personen.	Personen.		Gulden.	Gulden.
4 :	8	=	57 :	
Monate.	Monate.			
3 :	9	=		

Wenn der vierte Satz, so gesuchet wird, größer ist als der dritte, so soll der zweyte auch größer seyn als der erste; weil 8 Personen mehrer brauchen, denn 4 (mit Ausschließung der Zahl der Monate, oder wenn wir eine gleiche Zahl derselben nehmen) daher muß der letzte Satz größer denn der dritte werden, und der zweyte ebenfalls größer, denn der erste, und die Proportio oder Sätzung wird seyn: 4 : 8 = 57: —; nachdem man die mittere Sätze multipliciret hat, und durch den ersten dividirt, so kömmt dieser, als der vierte Satz heraus 114, die Ausgabe der 8 Personen. Dieser erfundene Satz in der zweyten Regula aurea allwo mit Ausschließung der Personen nur die Monate gesetzet werden, in das dritte Ort gesetzet, und wenn der vierte Satz wiederum größer seyn muß, als der dritte, so soll der zweyte ebenfalls größer seyn als der erste. In dem gegebnen Beyspiele wird in 9 Monaten mehr ausgegeben als, in 3, daher müssen 3 in das erste, 9 in das zweyte, 114 aber in das dritte Ort gesetzet werden, und nachdem die Sätze ordentlich gesetzet werden, kommen sie also zustehen:

4 : 8 = 57 : 114
3 : 9 = 114 :

Nachdem die mittlere Sätze multipliciret worden, das Factum 1026, dieses durch den vordern Satz 3 dividirt, so erhält man zum Quotum 342 Gulden; dieser Satz zeiget an, was gefragt worden, nämlich daß 8 Personen in 9 Monaten 342 Gulden gebraucht haben.

23. Eben das nämliche kömmt hervor, wenn man zum ersten durch die Regula aurea die Monate in die Handlung nimmt, und läßt die Personen aus; denn auf solche Weise bekömmt man zum ersten 3 : 9 = 57 : 171; und zum zweyten, da die Personen genommen worden 4 : 8 = 171 : 342 eben das nämliche Factum wie zuvor.

24. Wenn 8 Pferde mit 9 Säcken Haber durch 12 Tage gefüttert werden, wird gefragt, wenn vor 16 Pferde 24 Säcke Haber geordnet wurden, wie viele Tage sie könnten gefüttert werden? Wenn die Sätze nach der Regel (§. 22.) eingerichtet worden, so kömmt die Frage (ohne Achtung zu geben, welcher Satz der erste oder zweyte seyn soll) also zu stehen:

Pferde	Pferde		Tage
8	16	=	12
Säcke	Säcke		
9	24	=	

Den Satz nämlich, welcher eines Namens ist mit dem so gesuchet wird, setzet man zuletzt: die übrige, so untereinder eines Namens sind, werden in beyden Regeln in den ersten und zweyten Ort gesetzet. Frage dann, ob der vierte Satz größer dann der dritte seyn müsse, das ist, ob 16 Pferde durch mehrere Tage hindurch können gefüttert werden, als 8 (gesetzt es seye eine

glei-

gleiche Maaß Haber) und du wirst finden, daß 16 Pferde mit eben soviel Futter weniger Tage können gefüttert werden; als 8 Pferde, daher muß die Setzung also stehen: — 16: 8 = 12: nachdem man auf oftbesagte Weise gehandelt hat, wird 6 als der vierte Satz gefunden, welcher in der zweyten Regel in das dritte Ort kömmt. Frage wiederum, ob 24 Säcke wenigere Tage dauren, als 9 Säcke (mit Ausschließung der Pferde, oder da man eine gleiche Zahl der Pferde nehmen will) so wirst du finden, daß sie mehrer als 6 Tage erklecken werden; deßwegen wird der vierte größer, als der dritte Satz seyn, und der zweyte wird seyn 24, der erste aber 9; die ganze Vergleich- oder Setzung kömmt also zustehen:

16 : 8 = 12 : 6
9 : 24 = 6 : 16

Erklecken also 24 Säcke für 16 Pferde 16 Tage.

25. Ein Kapital von 3550 Gulden trägt in 10 Jahren 1420 Zinß, wird gefragt, wie viel 50000 Gulden in 20 Jahren Zinß tragen. Nachdem die Sätze geordnet sind, kömmt dieses Beyspiel also zu stehen:

Kapital.		Kapital.		Zinß.		Zinß.
3550	:	50000	=	1420	:	
Jahre		Jahre				
10	:	20	=			

Ein größers Kapital trägt mehrer Zinß, denn ein kleiners, deßwegen muß der vierte größer als der dritte, und der zweyte größer als der erste

Satz seyn: aus der ersten Handlung wird 20000 Zinß gefunden; also

Kapital.	Kapital.	Zinß.	Zinß.
3550 :	50000 =	1420 :	20000
10 :	20 : =	20000	

Weil durch 20 Jahre mehrer Zinß erhalten wird, als durch 10 Jahre, so muß der vierte Satz wiederum grösser, als der dritte, und der zweyte grösser als der erste werden, und wird als der vierte Satz gefunden 40000, welches der Zinß innerhalb 20 Jahren von 50000 Gulden ist.

26. 20 Soldaten verfertigen innerhalb 25 Tagen einen Wall oder Bollwerk von 70 Ruthen, wenn man aber 50 Soldaten nehmete und daß der Wall 98 Ruthen lang seyn sollte, in wie viel Tagen wurden sie solchen verfertigen?

Soldaten.	Soldaten.	Tage
20 :	50 : =	25 :
Ruthen.	Ruthen.	
70 :	98 =	

Weil die Frage von Tagen ist, so muß der dritte Sätz Tage seyn. Nun frage ob eine gleiche Arbeit von 20, oder 50 Soldaten ehender verfertiget werde? So wirst du erfahren, daß 50 Soldaten nicht so viele Zeit vonnöthen haben, als 20, daher sind die Sätze also einzurichten: — 5 : 20 = 25 : der vierte —, welcher gefunden wird, ist 10. Bey der zweyten Regel frage, ob man mehr oder weniger Tage (mit Ausschließung der Zahl der Soldaten) zu 70, oder zu 98 Ruthen zuverfertigen vonnöthen habe; so wirst du finden, daß zu 98 mehr Tage vonnöthen

then seyn, also muß auch der vierte Satz grösser als der dritte seyn, und kömmt die ganze Setzung also zu stehen:

50 : 20 = 25 : 10.
70 : 98 = 10 : 14.

Welches anzeiget, daß die 50 Soldaten den Wall von 98 Ruthen innerhalb 14 Tagen verfertigen.

27. Hier ist wohl zu merken, daß man nachforschet, ob der letzte Satz grösser oder kleiner als der dritte seyn müsse, die Frage bey jenen Sätzen anzustellen seye, von welchen die Hauptfrage ist. Daher ist bey dem letzten Beyspiele in der ersten Regel zu fragen, ob zu eben einer Arbeit zu verfertigen (da die Sätze der Ruthen ausgeschlossen werden) 50 Soldaten mehrere Tage vonnöthen haben, wenn 20 Soldaten 25 Tage dazu gebrauchen; in der zweyten aber, ob eben dieselbe Zahl der Soldaten (weil hier die Ungleichheit der Zahl der Soldaten ausgeschlossen wird) 70 Ruthen bey weniger Tagen als 98 Ruthen, verfertigen, und wird zu der ersten Frage geantwortet, daß wenigere, zu der letztern daß mehrere Tage vonnöthen seyn. Denn von jenem muß man nicht fragen, welches eine gleiche Nennung mit dem dritten und vierten Satze hat, daher in dem letzten Beyspiele in beyden Regeln wird nach der Zahl der Tage gefragt, in dem Beyspiele §. 22. nach der Zahl der Gulden: in dem Beyspiele §. 24. wiederum nach der Zahl der Tage.

28. Die Regula aurea kann gleich auf eine Regel, das ist, auf einmal verfertiget werden, wenn

wenn fünf Sätze zu drey gezogen werden, welches geschieht, weñ man die erstẽ Sätze geordnet, wie wir bisher gethan haben, u. den ersten in der ersten Ordnung mit dem ersten in der zweyten Ordnung, oder Setzung, und den zweyten mit dem zweyten multiplicirt, der dritte bleibt allein, zu welchen der vierte ordentlich gesuchet wird durch die ordinari Regel. Hier ist abermal wohl zu beobachten, daß jede Ordnung in Betrachtung des größern oder kleinern vierten Satzes als des dritten wohl gestellet wird, daher wird das Beyspiel §. 22. also aufgelöset: wenn 3 durch 4, und 8 durch 9 multiplicirt wird; so ist die Vergleichung — 12 : 72 = 57 : 342.

4 : 8 = 57
3 : 9

12 : 72 — 57 : 342

Und geschieht eben das nämliche wie zuvor. Aber in dem andern Beyspiele §. 24. Da bey wenigern Tagen eine gleiche Menge Haber 16 Pferde als wie 8 Pferden erklecken solle; 9 Säcke Haber aber von einerley Zahl der Pferde (denn in der ersten Regel werden die Säcke, in der zweyten die Pferde ausgelassen) geschwinder aufgezehret werden, als 24 Säcke, so muß der erste der größere, in der zweyten der kleine Satz das erste Ort haben.

16 : 8 = 12
9 : 24

144 : 192 = 12 : 16

Aus dieser Art, die Fragen durch diese Regel aufzulösen, erhellet, daß der dritte Satz in das

zweyte

zweyte Ort, und der zweyte in das dritte könne gesetzet werden; denn es wird ein gleiches Factum erhalten, ob hernach der zweyte durch den dritten, oder der dritte durch den zweyten multipliciret werde.

Viertes Kapitel.

Von der Regula societatis oder Gesellschafts Rechnung.

29. Wenn mehrere Kaufleute in eine Gesellschaft treten, und legen eine Summe Geld, mit welchem sie handeln wollen, zusammen: so soll nach vollendeter Handlung jeder seinen proportionirten Antheil an Gewinn oder Verlurst bekommen: weil es aber nicht in gleiche Theile getheilet wird, sondern nach Maaß der Zeit und des zusammen gelegten Geldes, so kann der Gewinn oder Verlurst ebenfalls nach Maaß der Zeit und des gelegten Geldes durch die Regulam societatis gefunden werden.

30. Die folgende Regeln sind hiebey zu beobachten: die zusammengelegte Gelder müssen in eine Summe gebracht werden, hernach wird nach Art der Regula aurea gehandelt, mit sagen, wie sich die ganze Summe des zusammengelegten Geldes verhält. Zu der Summe, so von dem ersten geleget worden, also verhält sich der ganze Gewinn, oder Schaden, zu dem Gewinne oder Schaden des ersten: also von dem zweyten, und dritten ꝛc. zu reden. Welche Vergleichungen so oft müssen wiederholet werden, soviel

soviel einfache Summen in die Hauptsumme gebracht worden, und nachdem die mittlere Sätze multiplicirt worden, so wird das Factum durch den ersten Satz dividirt, der Quotus wird der vierte Satz, so gesuchet worden, oder die Antwort seyn.

31. Es sind einige in eine Gesellschaft getreten, wovon der Carolus 2000. fl. der Johannes 4000 fl. und der Ignatius 6000 fl. geleget hat; mit diesem Gelde zusammen ist gewunnen worden 2400 fl. ist die Frage wie viel einem jeden nach Maaß des eingelegten Geldes aus dem Gewinne zukommen solle? Nachdem man alle drey Sätze zusammen gezählet und in eine Summe gebracht, so ist die ganze Summe 12000; denn wird diese dreyfache Setzung:

Die ganze Summe.		Summe so ein jeder geleget.	
12000	:	2000	—
12000	:	4000	—
12000	:	6000	—
Ganzer Gewinn.		**Besonderer Gewinn.**	
2400	:	400	
2400	:	800	
2400	:	1200	

hat also der Carolus 400: der Johannes 800: der Ignatius 1200 Gulden zu Gewinn.

32. Die Probe, nebst dem was oben schon davon angezeiget worden, ist, wenn der Gewinn aller, das ist, von einem jeden insbesondere, in eine Summe zusammen gebracht wird, und wenn diese Gewinne alle zusammen dem allgemeinen oder ganzen Gewinne gleich sind. In dem gegebnen Beyspiele sind alle drey besondere

Ge-

Gewinne zusammen genommen 2400 gleich dem haupt, oder allgemeinen Gewinne, welcher auch 2400 ist.

33. Der Petrus, Paulus und der Jakobus haben zugleich in einem aus Griechenlande bestellten Schiffe einige Faß Wein: dem Peter gehören 48 Faß, dem Paulus 36, und dem Jakobus 24. Die Schiffleute werden, wegen eingefallnen Sturmwinden gezwungen, um das Schiff zu erleichtern, und das Leben zu erhalten, 45 Faß in das Meer zu werfen, itzt wird gefragt, wie viel ein jeder Faß (nach Maaß der Fässer, so er auf dem Schiffe hat) einbüssen müsse? Die Summe aller Fässer ist 108, der allgemeine Schaden bestehet in 45 Fässer; daher sind drey Proportiones oder Vergleichungen zu machen, als wie sich die ganze Summe zu dem Theile der Ganzen, so dem Petrus gehöret, verhält, also verhält sich der ganze Schaden zu dem Schaden des Petrus; und also wird der Schaden des Paulus und des Jakobs gesucht.

Die ganze Summe.		Die besondere Summe.	
108	:	48	=
108	:	36	=
108	:	24	=
Der ganze Schaden.		**Der besondere Schaden.**	
45	:	20	
45	:	15	
45	:	10	

Derohalben verliert der Petrus 20: der Paulus 15: und der Jakobus 10 Fässer, welche Summe zusammen gezählt gleich ist 45.

34. Wenn andere Sätze untermischt seyn sollten, wenn einer z. B. sein Geld, schon vor längerer Zeit zur Handlung gegeben hätte, als der ander, so wird nach der Regula composita gehandelt, oder es wird eine jede Summe insbesondere durch die angehängte Sätze multiplicirt, als wie §. 28. gesagt worden, alsdann wird die Handlung nach den Regeln, so §. 30. gegeben worden, vorgenommen.

Fünftes Kapitel.

Von der Regula alligationis, oder Vermisch- und Vermengungsrechnung.

35. Durch die Regula alligationis werden jene Fragen aufgelöset, welche von Sachen sind, die von unterschiedlichem Werthe und vermischet sind, deßwegen wird diese Regel auch Regula mixtionis genennet.

36. Wenn man einige Sachen von verschiedenem Werthe und Gattung untereinander gemischet, und alsdann dem Werthe nachgeforschet, das ist, da man zu wissen verlanget, wie ein Theil von dieser vermischten Sache könne gekauft, oder verkauft werden; So wird die Frage durch die Regula aurea, so wie in dem vorigen Kapitel gelehret worden, also aufgelöset, wenn nach gemachter Summe der Gattungen, und nachgemachter Summe des Werthes folgende Vergleichung geschieht, wie sich die Summe der vermischten Sachen zu einem Theile der vermischten Sache verhält, so verhält sich die Summe

me des Werthes zu einem Theile des Werthes, und also fährt man fort zu handeln durch alle Theile des Vermischten.

37. Zum Beyspiele: Ein Wirth mischet unterschiedliche Gattungen des Weines untereinander: 10 Maaß nimmt er von dem allerbesten, von welchen eine Maaß 30 Kreuzer verkauft wird, 14 Maaß von einem andern, wovon jede Maaß vor 26 Kreuzer verkauft wird, und endlich wieder von einem andern 16 Maaß, von welchem jede vor 16 Kreuzer verkauft wird, itzt wird gefragt, wie theuer eine Maaß dieses gemischten Weins soll verkauft werden, damit der Wirth keinen Schaden habe? Die Summe der Maaß, oder des Weines 10, 14 und 16 ist 40. Die Summe des Werthes aber kann man erfahren, wenn man zuvor nachforschet, wie hoch die Maaß Wein von jeder Gattung besonders komme, und dieses Nachforschen geschieht, wenn man die Menge der Maaß mit dem eigentlichen Werthe einer Maaß multipliciret, nämlich wenn man 30, so der Werth des ersten, durch 10, so die Maaß der ersten Gattung, sind, multiplicirt, so bekömmt man 300, welches der Werth ist von der ersten Gattung die gemischet worden; der Werth einer Maaß von der zweyten Gattung ist 26, diese wenn man sie mit 14 multiplicirt, geben das Factum 364, so der Werth der zweyten Gattung ist die vermischet wird; endlich 16 ist der Werth einer Maaß von der dritten Gattung, diese durch 16, weil von dieser Gattung so viel Maaß genommen worden, multiplicirt, so giebt sich das Factum 256, so der Werth der

dritten Gattung ist, welche vermischet worden: die Summen aller dieser sonderheitlichen Werthe zusammen 300, 364 und 256 ist 920, welches die ganze Summe ist. Die Vergleichung stehet also:

Summe des vermischten.		Summe des Werths.
40	:	920 =
Ein Theil des vermisch.		Der Werth eines Theils.
1	:	23

Das ist, die Summe der vermischten Gattungen verhält sich zu der Summe deren selben Werthes, als wie eine Maaß zu ihrem Werthe, eine Maaß aber kann vor 23 Kreuzer verkauft werden.

38. Wenn man nachgegebnen Werthe der zu vermischenden Sachen nach der Menge fraget, das ist: wie viel man von jeder Gattung, die man mit einer andern vermischen will, nehmen solle, damit ein Theil des vermischten für einen gewissen und mittelmäßigen Werth könne verkauft werden, also zum Beyspiele: wenn ein Wirth von einem Weine, von welchem er jede Maaß vor 30 Kreuzer verkauft, und von einem andern, wovon er die Maaß vor 14 Kreuzer verkauft, 40 Maaß mischen wollte, von welchem gemischten er hernach eine Maaß für 24 Kreuzer verkaufen könnte; So nimmt man den Unterschied des vorigen Werthes von dem neuen, nämlich von dem Unterschiede unter 30 und 24, unter 14 und 24, welches seyn wird 6 und 10, und wenn diese 6 und 10 in eine Summe kommen, so geben sie 16. Alsdann werden diese Vergleichungen gemacht: nämlich wie sich die Summe des ganzen Unterschiedes zu dem Un-

schiede des zweyten Werthes verhält, also verhält sich die ganze Summe der zu vermischenden Maaß, zu den Maaßen, welche von der ersten Gattung zu nehmen sind; wiederum: wie sich die Summe des ganzen Unterschiedes zu dem Unterschiede des ersten Werthes verhält, also verhält sich die Summe der zu vermischenden Maaß, zu den Maaßen, welche von der zweyten Gattung zu nehmen sind; das ist:

Summe des ganzen Unterschieds.		Ein Theil des Unterschiedes.	
16	:	10	=
16	:	6	

Summe der zu vermischenden.		Theil der zu vermischenden.
40	:	25
40	:	15

Aus der ersten Gattung sind also 25, und aus der zweyten 15 Maaß zu nehmen.

39. Die Wahrheit dieser Regel kann also examinirt werden. Es wird gefragt, wie viel man aus 40 Maaß bekomme, wenn jede vor 24 Kreuzer verkauft wird, und man erfährt 1: 24 = 40: 960. Alsdann suchet man den Werth der zu vermischenden Maaß 25 und 15, durch Multipliciren nämlich 25 durch 30, und 15 durch 14, und man erhält diese Facta 750, und 210, welche, wenn sie zusammen addirt worden, geben sie 960 den Werth so dem vorigen gleich, ist also abzunehmen, daß die Mischung recht genommen worden.

40. Wenn vier Gattungen vorkommen sollten, so werden die nämliche Regeln behalten,

und für die erste Vergleichung wird der Unterschied des Werthes der kleinsten, oder letzten Gattung, für die zweyte, der Unterschied des Werthes der dritten Gattung, für die dritte, der Unterschied des Werthes der zweyten, und für die vierte den Unterschied des Werthes der ersten Gattung von dem Werthe des gemischten genommen. Zum Beyspiele: Es soll eine Vermischung gemacht werden von 40 Maaß aus unterschiedlicher Gattung des Weines; die erste Gattung, wollen wir setzen, koste 24, die zweyte 22, die dritte 18, und die vierte 16 Kreuzer, als wie sie in der Ordnung zwischen den zwo Linien stehen:

24	3
22	1
18	3
16	5
	12

Eine Maaß des gemischten Weines soll 21 Kreuzer gelten, welche 21 für den wirklichen Werth heraus gesetzet werden, der Unterschied aber, unter eines jeden vorigen und diesen neuen Werthes, wird hinter die Linien hinausgesetzet, und alle diese Unterschied werden zusammen addirt, alsdann geschieht folgende Vergleich- oder Setzung:

Summe des ganzen Unterschieds.		Theil des Unterschieds.
12	:	5
12	:	3
12	:	1
12	:	3

Sum-

Summe der Maaß.	Theil der Maaß.
40 :	$16\frac{2}{3}$
40 :	10
40 :	$3\frac{1}{3}$
40 :	10

$16\frac{2}{3}$ genommen in 24 giebt 400
10 genommen in 22 giebt 220
$3\frac{1}{3}$ genommen in 18 giebt 60
10 genommen in 18 giebt 160

840

Das ist die Summe von dem ganzen Unterschiede zusammen, welche sich zu dem Unterschiede des kleinsten Werthes von dem Werthe des gemischten verhält, als wie die Summe der zu mischenden Maaß zu denen aus der besten Gattung zunehmenden Maaß: wiederum, wie sich die Summe des ganzen Unterschiedes zu dem Unterschiede des dritten Werthes von dem Werthe des gemischten verhält, also verhält sich die Summe der zuvermischenden Maaß zu den Maaßen, so aus der zweyten Gattung zu nehmen, und also weiter von den übrigen; aus dem ersten sind also $16\frac{2}{3}$, aus dem andern 10, aus dem $3\frac{1}{3}$, und aus dem letzten 10 zu nehmen; der Werth dieser 40 Maaß ist, als wie es die Summe der Factoren anzeiget, 840; aber nachdem man die Vergleichung gemacht: 1 Maaß kostet 21 Kreuzer, was kosten 40 Maaß? wird wiederum der nämliche Werth gefunden 840, also können wir schließen, daß die Vermischung der Maaß richtig seye.

41. Bemerke, daß der neue Werth der zuvermischenden Sachen, zu mittelst unter die vo-

rigen zu nehmen sey, das ist: das Kleinste zu dem Grösten und das Gröste zu dem Kleinsten, denn es saget einem jeden die Vernunft, daß ansonst keine Vermischung geschehen könne, weil entweders eine Gattung aus bliebe, wenn der Unterschied eine o wäre, oder der Werth wurde entweders grösser oder kleiner, als daß andere Gattungen könnten vermischet werden.

42. Andere Fragen der vermischenden Dinge gehören der algebraischen Regel, und besonders zu den nicht ausdrücklichen Fragen.

Sechstes Kapitel.

Von der Regula Falsi.

43. Die Regula Falsi erforschet oder erfindet eine wahre, gewisse Zahl, durch eine nach Belieben genommene.

44. Wenn die Frage nur durch eine gegebne falsche Zahl aufgelöset wird, so wird sie regula simplicis positionis, wenn aber zwey falsche Grundsätze zu Auflösung der Frage erfodert werden, so wird sie regula duplicis positionis genennt.

45. Ein Beyspiel und Weise, eine Frage durch die regula simplicis positionis aufzulösen kann folgendes seyn. Es kaufen ihrer drey miteinander einen Garten um 36 Ducaten mit diesem Gedinge daß der zweyte um den dritten Theil mehrer bezahle, als der erste, und der dritte um den vierten Theil mehrer als der zweyte,

te, wird gefragt, wie viel ein jeder bezahlen müsse? Setze, daß der erste 6 Ducaten bezahle, so muß der zweyte, weil er um den dritten Theil mehrer als der erste bezahlen soll, und 2 von 6 der dritte Theil ist, 8 Ducaten, der dritte, welcher um den vierten Theil mehrers als der zweyte bezahlen soll, und weil der vierte Theil von 8, 2 ist, muß also 10 Ducaten bezahlen. Die Summe dieser drey Zahlen müßte gemäß der Frage 36 seyn, ist aber nur 24, also ist die erste Zahl zu klein genommen worden. Derowegen müssen die wahrhafte Zahlen durch die regulam auream auf dreymal gesuchet werden, mit sagen: alswie sich die erdichtete Summe 24 zu der wahrhaften Summe 36 verhält, also verhält sich eine jede falsche Zahl, zu einer jeden wahrhaften insonderheit,

das ist: $24 : 36 = 6 : 9$
$24 : 36 = 8 : 12$
$24 : 36 = 10 : 15$

sind also von dem ersten 9, von dem zweyten 12, und von dem dritten 15 Ducaten zu geben, allwo die Summe zusammen 36 machet, und bezahlet der zweyte um den dritten Theil mehrer, als der erste, der dritte um den vierten Theil mehrer, als der zweyte, wie es nämlich die Frage erfodert.

46. Wenn es der Umstand der Frage nicht zuläßt, daß dieselbe durch die einfache regulam auream aufgelöset werde, so ist eine doppelte Setzung zu machen, zu welcher folgende Regeln nebst Beyspiele dienen werden. Ein Diener bekömmt von seinem Herrn vor 40 Metzen angeschüt-

schüttete theils Weitzen, theil Gersten 4 fl. 12 Kreuzer, das ist: 252 Kreuzer, mit diesem Beysatze, daß vor jeden Metzen Weitzen 7 Kreuzer, vor jeden Metzen Gersten aber 5 Kreuzer vermeynet sey, nun wird gefragt, wie viel es Metzen Weitzen, und wie viel es Metzen Gersten gewesen seyn. Dichte, es seyn 30 Metzen Weitzen gewesen, alsdann verbleiben noch 10 Metzen für die Gersten, dann müssen die Metzen mit ihrem Werthe multiplicirt werden, 30 durch 7, und 10 durch 5, wovon man 210 und 50 bekömmt, diese Facta, wenn sie zusammen addirt werden, geben diese Summe 260, es hätte aber nur eine Summe von 252 seyn sollen, kömmt also um 8 Kreuzer zuviel heraus, und ist der Fehler durch die Uebermaaß begangen worden, weil zu viel Metzen Weitzen genommen worden. Ist derohalben die zweyte Setzung kleiner als die vorige zu machen; damit wir aber die vorige nicht vergessen, so wird ein Kreuz gemacht, und die zuvor erdichteten Metzen Weitzen werden zur linken Hand obenher gesetzt, als wie gezeiget wird bey dem Buchstaben A, und der Unterschied des Werthes 8 wird nach dem er mit diesem Zeichen bemerket X (mehr), weil der Fehler durch die Uebermaaß begangen worden, untenher zur Linken gesetzet. Nun wollen wir setzen, es seyn 25 Metzen Weitzen gewesen, welche zur Rechten obenber (wie bey dem B zu sehen) geschreiben werden, müssen also gemäß der Fragen 15 Metzen Gersten gewesen seyn; die 25 Metzen Weitzen genommen in 7, giebt 175; die 15 Metzen Gersten aber genommen

in 5, giebt 75, die Summe dieser Werthe ist 250 und also kleiner als es seyn sollte, nämlich als 252, ist also der Fehler, weil zu wenig weggenommen worden; Der Unterschied 2 unter dem erdichteten und wahren Werthe, wird untenher zur Rechten des Kreuzes geschrieben mit dem Zeichen — (weniger).

30	30	25
A X	B X	
✝ 8	✝ 8	—2

Nachdem dieses gesetzet worden, werden erstens, die Fehler mit den erdichteten Metzen durch das Kreuz multiplicirt, 30 durch 2, und 25 durch 8, so bekömmt man diese Facta 60, und 200. Zweytens: Wenn die Fehler von einer Art sind, beyde nämlich mit einerley Zeichen, so werden diese letztere Facta von einander subtrahirt, und das residuum oder Rest wird der Dividendus; die Fehler werden auch von einander subtrahiert, und das Residuum wird der Divisor. Wenn es aber Fehler von ungleicher Art seyn sollten, eine mit diesem Zeichen ✝, der andre mit diesem —, so werden die letzte Facta addirt und die Summe wird der Dividendus; die Fehler werden ebenfalls addirt, und die Summe wird der Divisor. Drittens, nach Vollendung dieser Division wird der Quotus die Metzen der ersten Gattung, nämlich des Weitzen geben. In unserm Beyspiele, weil die Fehler von ungleicher Art sind, oder weil sie unterschiedene Zeichen haben, wird 60 zu 200 addirt, und

die Summe 260 wird der Dividendus: die Summe der Fehler 8 und 2, das ist 10, wird der Divisor, nachdem man 260 durch 10 dividirt bekömmt man zum Quotum 26, welcher anzeiget, daß es 26 Metzen Weitzen gewesen seyn, verbleiben also noch 14 Metzen Gersten; Denn 26 von 40 subtrahiert verbleiben 14, ein jedes wird multiplicirt durch seinen Werth, 26 durch 7, und 14 durch 5, und so dann bekömmt man die Facta 182, und 70, deren Summe gleich ist der gegebnen Summe der Kreuzer.

47. Einer, welcher wegen dem Alter seiner Söhne gefragt worden, antwortete also: der Erstgebohrne seye 4 Jahr älter als der zweyte, der zweyte 4 Jahr älter als der dritte, dieser abermal 4 Jahr älter als der vierte, und das Alter des vierten sey zugleich der halbe Theil von dem Alter des ersten. Setze das Alter des ersten sey 16 Jahre gewesen, so wird des zweyten 12, des dritten 8, und des vierten 4 seyn, welches Alter des letzten zugleich der halbe Theil des ersten seyn müßte, also 8, wäre also ein Fehler von 4, so zu wenig genommen. Nachdem die Zahlen zu dem Kreuz gesetzet, so wollen wir setzen, daß das Alter des ersten 20 Jahre gewesen sey, welches zur Rechten des Kreuzes gesetzet wird, des zweyten Alter wird also 16 seyn, des dritten 12 und des vierten 8; das Alter aber des vierten müßte 10, damit es den halben Theil des ersten ausmachete: ist also der Fehler abermal 2, weil zu wenig genommen worden, welcher wieder mit diesem Zeichen — unterhalb zur Rechten des Kreuzes muß gesetzet werden; nachdem man

man über das Kreuz multiplicirt, so kommen diese Producta heraus 32 und 80, und weil die Fehler gleiche Zeichen haben, so wird der Unterschied dieser Producten 48 der Dividendus, und der Unterscheid der Fehler 2 wird der Divisor; nachdem dividirt worden, bekömmt man diesen Quotum 24, so gleich ist dem Alter des ersten, des zweyten Alter ist also 20, des dritten 16 und des vierten 12, welches zu gleich die Hälfte des ersten ist.

16   20

X

—4   —2

48. Es konnten zwar noch einige Beyspiele hier beygesetzet werden, durch welche einer in der Rechenkunst wohl konnte erfahren werden; aber es wird einem jeden, der Lust zu lernen hat, leicht seyn, dergleichen Beyspiele zu machen, und die Fragen nach den gegebnen Regeln aufzulösen.

49. Dieses habe ich noch wollen erinnern; in der Addition der Sachen die nicht von gleichem Werthe sind, thut einer wohl daran, wenn er von Anfang eine jedwedere Summe nicht gleich reducirt, sondern erst alsdann, wenn er die Addition vollendet, ein jedwedere Gattung reducirt, und zu Ganzen machet: also in dem ersten

sten Beyspiele der 51sten Seite bekömmt man in der Summe 82 Gulden 45 Groschen, 2 Kr. 7 Pfenninge; dieses, wenn sie zu ihren Gattungen gebracht worden, geben 3 Pfenninge, 0 Kr. 6 Groschen, 84 Gulden.

50. In der Subtraktion der Sachen, so nicht von gleicher Art und Werthe sind, da die obere Zahl von der vorhergehenden um eins zu vermehren ist, kann, um alle Verwirrung zu vermeiden, die ganze obere Zahl auf eine solche Art vermehrt geschrieben werden, nach welchem die Subtraktion viel leichter geschieht. Also in dem ersten Beyspiele in der 55ten Seite ist die obere Zahl 124 Gulden, 8 Groschen, 1 Kreuzer, 2 Pfenninge. Kann also verändert werden in

	Gulden	Groschen	Kreuzer	Pfenninge.
Einnahme				
	123	27	3	6
Ausgabe				
	90	19	2	3
Rest	33	8	1	3

Endlich setze zum Beschluße das große Einmal Ein hieher, welches sich einem Rechner durch öfters Uebersehen bekannt machen und sehr nutzbar und vortheilhaftig selbsten zu erkennen geben wird.

Das große Einmal Ein.

2	mal	11	sind	22	4	mal	11	sind	44
2		12		24	4		12		48
2		13		26	4		13		52
2		14		28	4		14		56
2		15		30	4		15		60
2		16		32	4		16		64
2		17		34	4		17		68
2	mal	18	sind	36	4	mal	18	sind	72
2		19		38	4		19		76
2		20		40	4		20		80
2		21		42	4		21		84
2		22		44	4		22		88
2		23		46	4		23		92
2		24		48	4		24		96
3	mal	11	sind	33	5	mal	11	sind	55
3		12		36	5		12		60
3		13		39	5		13		65
3		14		42	5		14		70
3		15		45	5		15		75
3		16		48	5		16		80
3		17		51	5		17		85
3	mal	18	sind	54	5	mal	18	sind	90
3		19		57	5		19		95
3		20		60	5		20		100
3		21		63	5		21		105
3		22		66	5		22		110
3		23		69	5		23		115
3	mal	24	sind	72	5	mal	24	sind	120

6	mal	11	sind	66
6		12		72
6		13		78
6		14		84
6		15		90
6		16		96
6		17		102
6	mal	18	sind	108
6		19		114
6		20		120
6		21		126
6		22		132
6		23		138
6	mal	24	sind	144
7	mal	11	sind	77
7		12		84
7		13		91
7		14		98
7		15		105
7		16		112
7		17		119
7	mal	18	sind	126
7		19		133
7		20		140
7		21		147
7		22		154
7		23		161
7	mal	24	sind	168
8	mal	11	sind	88
8		12		96
8		13		104
8		14		112
8	mal	15	sind	120
8		16		128
8		17		136
8	mal	18	sind	144
8		19		152
8		20		160
8		21		168
8		22		176
8		23		184
8	mal	24	sind	192
9	mal	11	sind	99
9		12		108
9		13		117
9		14		126
9		15		135
9		16		144
9		17		153
9	mal	18	sind	162
9		19		171
9		20		180
9		21		189
9		22		198
9		23		207
9	mal	24	sind	216
10	mal	11	sind	110
10		12		120
10		13		130
10		14		140
10	mal	15	sind	150
10		16		160
10		17		170
10		18		180

10	mal	19	ſind	190
10		20		200
10		21		210
10		22		220
10		23		230
10	mal	24	ſind	240
11	mal	11	ſind	121
11		12		132
11		13		143
11		14		154
11		15		165
11		16		176
11		17		187
11	mal	18	ſind	198
11		19		209
11		20		220
11		21		231
11		22		242
11		23		253
11	mal	24	ſind	264
12	mal	12	ſind	144
12		13		156
12		14		168
12		15		180
12		16		192
12		17		204
12	mal	18	ſind	216
12		19		228
12		20		240
12		21		252
12		22		264
12		23		276
12	mal	24	ſind	288

13	mal	13	ſind	169
13		14		182
13		15		195
13		16		208
13		17		221
13		18		234
13	mal	19	ſind	247
13		20		260
13		21		273
13		22		286
13		23		299
13	mal	24	ſind	312
14	mal	14	ſind	196
14		15		210
14		16		224
14		17		238
14		18		252
14	mal	19	ſind	266
14		20		280
14		21		294
14		22		308
14		23		322
14	mal	24	ſind	336
15	mal	15	ſind	225
15		16		240
15		17		255
15		18		270
15		19		285
15	mal	20	ſind	300
15		21		315
15		22		330
15		23		345
15	mal	24	ſind	360

16	mal	16	sind	256
16		17		272
16		18		288
16		19		304
16	mal	20	sind	320
16		21		336
16		22		352
16		23		368
16	mal	24	sind	384
17	mal	17	sind	289
17		18		306
17		19		323
17		20		340
17	mal	21	sind	357
17		22		374
17		23		391
17	mal	24	sind	408
18	mal	18	sind	324
18		19		342
18		20		360
18	mal	21	sind	378
18		22		396
18		23		414
18	mal	24	sind	432
19	mal	19	sind	361
19		20		380
19		21		399
19	mal	22	sind	418
19		23		437
19	mal	24	sind	456
20	mal	20	sind	400
20		21		420
20		22		440
20		23		460
20	mal	24	sind	480

Und also unendlich fort.

A. Z. G. E. G.

Bayerische Staatsbibliothek München

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Metzburg, Georg Ignaz von,

Georg Mezburg, von der Gesellschaft Jesu. Kleines selbstlehrendes Rechenbü
chel welches die Anfangsgründe der Rechenkunst auf das deutlichste erklä
ret

Augsburg 1771

Math.p. 349 o
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10082411-0
VD18 15314340